ગણિત-જ્ઞાન વિશેષાંક
ભાગ-૧

# પ્રસ્તાવના

સ્નેહી સારસ્વતમિત્રો,

''જ્ઞાન-વિજ્ઞાન વિશેષાંક'' ભાગ-૧-૨ શિક્ષકો અને બાળકોને ખૂબજ ઉપયોગી નીવડ્યો અને તેની ખૂબજ પ્રસંશા થઈ અને તે અંગેના આપના પત્રો અને ફોન થકી અમારી ટીમને પ્રોત્સાહન મળ્યું છે.

આદિકાળથી પૃથ્વી ઉપર માનવજીવન શક્ય બન્યુ તેની સાથે જ ગણિતનો ઉદય થયો અને તે સતત અને સતત વિકસીત થતુ રહ્યું અને ઉપયોગી નીવડતુ રહ્યું છે. આજે જેમ વિજ્ઞાન વિના અસરકારક અને સફળ જીવન જીવવું અશક્ય છે તેમ ગણિત જ્ઞાન વિના પણ જીવન અધુરુ છે. જીવનમાં તમામ ક્ષેત્રોમાં ડગલે-પગલે ગણિત ખૂબજ અગત્યનું અને જરૂરી છે.

આપણા બાળકો શાળાકિય વિષયો પૈકી ખાસ ગણિત-વિજ્ઞાન અને અંગ્રેજીમાં સવિશેષ કાચાં રહે છે. આ વિષયોમાં મુશ્કેલીઓ અનુભવે છે. ગણિત પણ વિદ્યાર્થીઓને કઠીન, લાગે છે. ધોરણ ૩ થી ૮ના ગણિત અભ્યાસક્રમની કેટલીક કઠીન ક્ષમતાઓ અને એકમોને સરળતાથી શીખવવા અને સમજાવવા માટે આ ''ગણિત-જ્ઞાન-વિશેષાંક'' ભાગ-૧-૨માં પ્રયત્ન કરવામાં આવેલ છે.

બની શકે કે આના કરતાં પણ અસરકારક રસમય અને સરળતાથી શીખવી શકાય તેવી યુક્તિ-પ્રયુક્તિઓનો આપ ઉપયોગ કરતા હોઈ શકો. આપ આપના જ્ઞાન, અનુભવ, આવડત અને પ્રવિધિઓનો ઉપયોગ કરી બાળકોને સરળતાથી રસમય રીતે ગણિતની પાયાની સંકલ્પનાઓ સ્પષ્ટ કરી ગણિતના પાયાને મજબૂત બનાવશો તો અમારો આ પ્રયત્ન સફળ બનશે. મને ખાતરી છે કે તમામ સારસ્વત મિત્રો આ ''ગણિત-જ્ઞાન-વિશેષાંક''નો ઉપયોગ કરી બાળકોના ગણિત શિક્ષણને મજબૂત, અસરકારક અને રસમય બનાવશે.

આપનો
શ્રી કે. ટી. પોરાણિયા
પ્રિન્સીપાલ
ડાયટ, સંતરામપુર

ગણિત-જ્ઞાન વિશેષાંક ભાગ-૧

# સંપાદકિય

વહાલા ગુરુજનો,

અગાઉના મૈત્રી અંક ''જ્ઞાન વિજ્ઞાન વિશેષાંક'' ભાગ-૧-૨ થકી વિજ્ઞાન વિષયમાં ગુરુજનો અને બાળદેવોની રસરૂચી વધારી વિજ્ઞાનમાં માર્ગદર્શન આપવાનો પ્રયત્ન કર્યો આ અંક ખૂબ જ ઉપયોગી નીવડ્યો અને ગણિત વિષયની આપની માંગણીને ધ્યાને લઈ ધો.-૩ થી ૮માં ઉપયોગી નીવડે તેવો આ ''ગણિત-જ્ઞાન વિશેષાંક'' આપની સમક્ષ મૂકતાં આનંદ અને ગૌરવની લાગણી વ્યક્ત કરુ છું.

જેમ વિજ્ઞાનની જરૂર જીવનમાં ડગલે-પગલે છે તેમ ગણિત પણ એટલું જ જરૂરી છે. આદર્શ સુસંસ્કૃત અને વિકસીત જીવન જીવવા માટે ગણિત-જ્ઞાન ખૂબજ જરૂરી છે. ગણિત જીવનના તમામ ક્ષેત્રો વિજ્ઞાનની શોધખોળો, તેના અસરકારક ઉપયોગ ખેતી, આર્થીક, સામાજિક, બૌદ્ધિક, શૈક્ષણિક, ભૌતિક, રસાયણ, જીવવિજ્ઞાન, અવકાશ, પૃથ્વી અને જળવિજ્ઞાન, જ્યોતિષ તેમજ રોજિંદા જીવન વ્યવહારમાં ગણિત પાયારૂપ અને ઉપયોગી છે.

ધો-૩ થી ૮ ગણિતના અભ્યાસક્રમમાં આવતી ગણિતની પાયાની સંકલ્પનાઓ જેવી કે સંખ્યાજ્ઞાન, અવયવ-અવયવી, ઘાત-ઘાતાંક, નફો-ખોટ, અપૂર્ણાંક, પદાવલીઓ, ત્રિકોણ, ચોરસ, લંબચોરસ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ, પરિઘ, ઘનફળ અને ભૂમિતિના પાયાના ખ્યાલો વિદ્યાર્થીઓને સરળતાથી સમજાવી શકાય, શીખવી શકાય તે માટેની માહિતી અને માર્ગદર્શન ''ગણિત-જ્ઞાન વિશેષાંક'' ભાગ-૧-૨ માં આપવાનો પ્રયત્ન કરેલ છે. આ અંકમાં આપેલ છે તેજ પુરતુ છે તેવું નથી આ તો સાગરમાં એક બુંદ સમાન પ્રયત્ન છે આ અંકમાં આપેલ માહિતીમાં ઉણપ કે ક્ષતી હોઈ શકે પરંતુ જેમાં આપ આપના જ્ઞાન, અનુભવ, આવડત અને યુક્તિ-પ્રયુક્તિઓનો ઉપયોગ કરી બાળદેવો માટે ગણિત વિષય સરળ અને રસમય બનાવશો તેવી અપેક્ષા છે. વિજ્ઞાનની જેમ ગણિત જ્ઞાન વિશેષાંક આપ સૌ ગુરુજનો અને બાળદેવોને ઉપયોગી નીવડશે તેવી શ્રદ્ધા અને અને વિશ્વાસ સાથે.

આપનો સહપંથી

ડૉ. એ. વી. પટેલ
તંત્રી ''મૈત્રી''
(૧) (મો.) ૯૪૨૬૩ ૨૦૯૦૫
(૨) (મો.) ૯૪૦૯૦ ૮૬૪૭૫
ડાયટ, સંતરામપુર

# ગણિતનો ઈતિહાસ

: સંકલન :
ડૉ. એ. વી. પટેલ
તંત્રી "મૈત્રી" ડાયટ, સંતરામપુર
અને
રમેશચંદ્ર દે. પંડ્યા. (પાંડરવાડા)
પે. ડૉ. પોલનસ્કુલ, લુણાવાડા
કલસ્ટર-કન્યા શાળા

**ગણતરી, માપન તથા વસ્તુના આકાર અંગેના પ્રાથમિક વ્યવહારમાંથી વિકસેલું વિજ્ઞાન.**

ગણિતનો ઇતિહાસ હજારો વર્ષ જૂનો છે. માનવસંસ્કૃતિનો વિકાસ થતો ગયો તેમ ગણિત વિકસતું ગયું. આદિમાનવ ગુફામાંથી બહાર નીકળી શિકાર, પશુપાલન તથા ખેતી તરફ વળ્યો. આથી પશુઓની ગણતરી કરવાની, જમીનમાપનની અને સમયમાપનની જરૂરિયાત ઊભી થઈ. ખેતી માટે ઋતુની જાણકારી જરૂરી બની. આકાશમાં ઊગતા સૂર્ય, ચંદ્ર, તારા, જોઈ તેને ખગોળશાસ્ત્રમાં પણ રસ જાગ્યો. ખગોલીય ગણતરી માટે અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ, ભૂમિતિ અને ત્રિકોણમિતિ જરૂરી બન્યાં. વેપાર વાણિજ્ય વિકાસ સાથે અંકગણિતની જરૂર પડી. મકાનો અને નહેરોના બાંધકામ માટે ભૂમિતિ અને અંકગણિત જરૂરી બન્યાં. આમ માનવસંસ્કૃતિની સાથે ગણિતનો પણ વિકાસ થયો.

આજથી ઈ.સ. ના 3 થી 4 હજાર વર્ષ પૂર્વે ઇજિપ્ત અને મેસોપોટેમિયન સંસ્કૃતિમાં ગણિતનાં મંડાણ થયાં હતા. આ સંસ્કૃતિમાં વેપાર-વાણિજ્ય, ખેતી અને ઈજનેરી વિદ્યામાં પ્રગતિ સાધવામાં આવી હતી અને તે માટે આવશ્યક ગણિત વિકસાવાયું હતું. અંકગણિતમાં પ્રવીણ ઇજિપ્તવાસીઓ દસ લાખ કે તેથી મોટી સંખ્યાઓનો ઉપયોગ સરળતાથી કરતા હતા. પિરામિડ બાંધવા માટેની જરૂરી ભૂમિતિ પણ તેઓ જાણતા હતા.

ભારતમાં ઈ.પૂ. 800ના અરસામાં અંકગણિત અને બીજગણિતમાં વધારે પ્રગતિ થઈ હતી. ભારતમાં ગણિતનો વિકાસ જ્યોતિશાસ્ત્રના એક જરૂરી અંગ તરીકે થયો હતો. આર્યભટ્ટે ખગોળશાસ્ત્રના ગ્રંથમાં ગણિતનો અલગ અધ્યાય આપ્યો જે 'આર્યભટ્ટીય' નામે ઓળખાય છે. 'બ્રહ્મસ્ફુટ સિદ્ધાંત', જેવા ગ્રંથો આપ્યા છે. ભાસ્કરાચાર્યે 'સિદ્ધાંતશિરોમણિ'માંના સામાન્ય ગણિતવાળા પહેલા ખંડને તેમની દીકરી લીલાવતીના નામે ઓળખાયમાં આવે છે. આર્યભટ્ટે $\pi$નું મૂલ્ય (3.1416) શોધેલું છે. તેમને ઋણસંખ્યાઓ વિશે ખ્યાલ હતો. શૂન્યની શોધ પણ ભારતમાં થઈ હતી, જે ભારતીય ગણિતની અત્યંત મૂલ્યવાન શોધ છે. સંખ્યા લખવાની પદ્ધતિમાં સ્થાનકિંમતની કલ્પનાને લીધે ગમે તેટલી મોટી સંખ્યા પણ સહેલાઈથી લખી શકાતી હતી અને તેના સરવાળા-બાદબાકી પણ સહેલાઈથી થતા હતા. બીજગણિતને સાંકેતિક બનાવવામાં પણ ભારતનો ફાળો છે. જુદાં જુદાં પાયાનાં સમીકરણોના ઉકેલ પણ ભારતીય ગણિતમાં જોવા મળે છે.

ગ્રીસમાં થેઈલ્સ, પાયથાગોરસ, પ્લેટો અને યુક્લિડ જેવા ગણિતશાસ્ત્રીઓ થયા. આ ગણિતજ્ઞો ભૂમિતિમાં અને તર્ક પાવરધા હતા. યુક્લિડ જેવા ગણિતશાસ્ત્રીઓ થયા. આ ગણિતજ્ઞો ભૂમિતિનાં વેરવિખેર પરિણામોને ક્રમબદ્ધ ગોઠવ્યાં. તર્કની મદદથી પ્રમેયો સાબિત કર્યા અને ભૂમિતિના 13 ગ્રંથો લખ્યા. પ્રાકૃતિક ઘટના સાથે ગણિતનો સંબંધ પાયથાગોરસે શોધ્યો. સંગીતના વાજિંત્રોમાંથી નીકળતો ધ્વનિ તારની લંબાઈ પર આધારિત છે તેવું તેણે સાબિત કર્યું.

ન્યૂટનને ગતિના ખ્યાલો સ્પષ્ટ કલનશાસ્ત્ર શોધ કરી. જેમ જેમ વિજ્ઞાનનો વિકાસ થયો તેમ તેમ ગણિતનો વિકાસ થયો. આઈન્સ્ટાઈને સાપેક્ષતાવાદ સમજવા માટે ગણિતની નવી શાખા કર્વાન્ટમ યંત્રશાસ્ત્ર વિકસાવી.

વીસમી સદીના ઉત્તરાર્ધમાં ગણિતની દુનિયામાં કમ્પ્યુટરનાં પગરણ થયાં તે ખૂબ નોંધપાત્ર ઘટના છે. તેની સહાયથી મોટી મોટી ગણતરીઓ તથા કોયડાઓના ઉકેલ શક્ય બન્યા.

વીસમી સદીના પ્રથમ અને સૌથી મેધાવી ભારતીય ગણિતશાસ્ત્રી શ્રીનિવાસ રામાનૂજન્ હતાં. તેમણે ગણિતમાં કરેલું પ્રદાન ઘણું મૂલ્યવાન ગણાય છે. ત્યારબાદ ભારતને વૈદ્યનાથસ્વામી, એસ. એસ.

પિલ્લાઈ, વિજયરાઘવન્, હંસરાજ ગુપ્તા, સર્વદમન ચાવલા, બી.એન. પ્રસાદ, પી. એલ. ભટનાગર, કે. જી. રામનાથન્, ચંદ્રશેખરન્ જેવા ગણિતજ્ઞો મળ્યા. ગુજરાતીમાં ગણિતના શિક્ષણને સરળ બનાવવામાં અને તે વિષયને લોકપ્રિય કરવામાં ડૉ. પી. સી. વૈદ્યે મહત્વનાં સંશોધનો કર્યાં છે.

ગણિતની મુખ્ય શાખાઓ અંકગણિત, ભૂમિતિ તથા બીજગણિત છે. ગણિતનું જ્ઞાન વિસ્તરતું જાય છે. વિજ્ઞાન અને ટેક્નોલૉજીના વિકાસમાં સહાયભૂત થવા ગણિતનો પણ વિકાસ થતો રહે છે. ખગોળશાસ્ત્ર, ઈજનેરી, અંતરીક્ષવિજ્ઞાન, ભૌતિકશાસ્ત્ર વગેરે અનેક જ્ઞાનશાખાઓને સમજવામાં ગણિતનું જ્ઞાન પાયાનું છે. વિજ્ઞાન અને ટેક્નોલૉજીના વિકાસમાં સહાયભૂત થવા ગણિતનો પણ વિકાસ થતો રહે છે. હાલમાં ગણિતની 75 જેટલી મુખ્ય શાખાઓ તથા 3,500 જેટલી પ્રશાખાઓ પ્રવર્તે છે.

## જીવનમાં ગણિતનું સ્થાન

પ્રાથમિકથી કૉલેજ કક્ષા સુધીના શિક્ષણમાં વિવિધ વિષયોનું શિક્ષણ આપવામાં આવે છે. આ શિક્ષણ આપવા પાછળ માત્ર જીવન નિર્વાહ ચાલે તે જ હેતુ હોતો નથી. અલબત્ત જીવન જીવવા માટે આર્થિક સગવડ હોય તે જરૂરી છે. ક્યારેક તો આવશ્યક પણ છે. પરંતુ વિવિધ વિષયોનું શિક્ષણ તો માનવીને સંપૂર્ણ માનવી બનાવે તે માટે છે. શિક્ષણના વિજ્ઞાન અને મનોવિજ્ઞાનનામાં વિવિધ વિષયોના શિક્ષણ ઉપર ભાર મૂકતા હેતુઓનું ધ્યાન રાખવામાં આવે જ છે. પરંતુ તે સિવાય પણ અનેક કામગીરી માટે વિવિધ વિષયોનું જ્ઞાન આવશ્યક જ નહીં અનિવાર્ય હોય છે.

બાલમંદિરથી લઈને જીવનમાં જ્યાં સુધી શિક્ષણ પ્રાપ્ત કરતા રહીએ ત્યાં સુધી ગણિત વિષયની પ્રત્યક્ષ કે પરોક્ષ રીતે જરૂર ઊભી થાય છે. પરંતુ ગણિત શિક્ષણ માત્ર શાળા કૉલેજ દ્વારા કે વિધિવત શીખવવામાં આવે છે તેવું નથી. જો ગણિતને માત્ર ગણતરી સાથે સાંકળીએ તો નિરક્ષક વ્યક્તિ પણ ગણતરી કરી જ શકે છે. અભણ વ્યક્તિ પણ બજારમાં ખરીદી માટે જાય તો પૈસાની લેવડદેવડમાં ભૂલ કરતો નથી. દુકાનેથી સામાન્ય વસ્તુ ખરીદનાર પણ પચાસ રૂપિયાની નોટ આપી તેત્રીસ રૂપિયાની ખરીદી કરે ત્યાં સત્તર રૂપિયા પાછા લેવાનું તેમ ગણી શકે છે. આમ તો અહીંયા ગણિતની પાયાની પ્રક્રિયા બાદબાકીનો ઉપયોગ થયો તેમ કહી શકીએ. આવી જ પ્રક્રિયા કોઈની પાસેથી પૈસા ઉછીના લેતા અથવા ઉધાર લેતી વખતે થાય છે. આ સમયે ક્યાંક સરવાળો તો ક્યાંક બાદબાકી અજાણપણે થાય છે. વિધિવત શિક્ષણ ન લીધું હોય તેવી વ્યક્તિઓ પણ આ પ્રક્રિયા તદ્દન સહજ અને સરળ રીતે કરી શકે છે. આ રીતે માત્ર શૈક્ષણિક સંસ્થાઓ દ્વારા જ શીખી શકાય તેવી ધારણા અસ્થાને છે. આ દૃષ્ટિથી જોઈએ તો ગણિત શિક્ષણ અનિવાર્ય નથી તેમ કહી શકાય.

પરંતુ તેવું નથી. ગણિત શિક્ષણ જીવનમાં આગવું સ્થાન ધરાવે છે. ગણિત શિક્ષણ માત્ર ગણતરી માટે આવશ્યક છે તેવું નથી. જીવનમાં ડગલે અને પગલે ગણિતની જરૂર પડે છે. ગણિત સત્ય ઉપર આધારિત છે. સત્ય અને અસત્યની ચર્ચા થાય ત્યારે તેનો ભેદ ગણિત દ્વારા સહેલાઈથી સમજાવી શકાય છે. જ્યારે બે વત્તા બે બરાબર 'ચાર' એમ કહીએ ત્યારે આ સનાતન સત્ય છે. તેમ કહી શકાય. બે ખુરશી, વ્યક્તિ, મકાન અથવા કોઈપણ ભૌતિક વસ્તુમાં બે ઉમેરીએ તો 'ચાર' જ આવે, તેની સ્પષ્ટતા માત્ર ગણિત દ્વારા થાય. આ સરવાળામાં 'ત્રણ' કે 'પાંચ' ન આવે તે અસત્ય છે. તેમ સમજાવી શકાય ડગલે અને પગલે ગણિતના સામાન્ય નિયમો સાચો ભેદ તારવે છે. એક ગામથી બીજા ગામનું અંતર 80 કિ.મી. હોય અને બીજા બે ગામ વચ્ચે 60 કિ.મી. અંતર છે એમ કહીએ તે પહેલા બે ગામ વચ્ચે બીજા બે ગામ કરતાં અંતર વધુ છે તેમ અશિક્ષિત વ્યક્તિ પણ જાણે છે. આ રીતે એક જગ્યાએથી બીજી જગ્યાએ જવામાં વધારે સમય લાગશે તેમ સમજાય છે. આ રીતે એક 'લગભગ' કે 'મોટાભાગ' જેવા શબ્દો ગણિતને કેન્દ્રમાં રાખીને જ વપરાય છે. આ ગણિતનો ભાષામાં ઉપયોગ થાય છે. જીવન જીવવા માટે ભાષા વિના કેમ ચાલે ?

ભાષાઓનો વિકાસ, કલાઓની ખીલવણી અને રમતગમતમાં પણ કેન્દ્ર સ્થાને ગણિત રહેલું છે. લગભગ તમામ રમતોમાં ગણિતનો પ્રત્યક્ષ, પરોક્ષ રીતે ફાળો છે.

ગણિત દ્વારા જ ચોકસાઈ વ્યક્ત કરી શકાય છે. 'સાંજે પાંચ વગે ફરવા જઈશું'માં ગણિતની ચોકસાઈ ન હોત તો શું થાત ? 'સાંજે ફરવા જઈશું' કેવી રીતે અન્યને સમજાવી શકાય ? ગણિતનું વિધિવત શિક્ષણ મેળવ્યું ન હોય તેવી વ્યક્તિ પણ સમય બાબતે ચોક્કસ હોય જ છે. ગણિત માત્ર વર્ગખંડમાં જ શીખવાય તેવું નથી. એક વ્યક્તિ બીજાથી ઊંચી છે કે નીચે છે તેની સમજ જાણે અજાણે 'ઉંચાઈ' ના ખ્યાલ દ્વારા થાય. એક વ્યક્તિ બીજાથી વધારે પૈસાદાર છે તેમ કહીએ ત્યારે ધનની ગણતરી આડકતરી રીતે થઈ જાય છે. આ સરખામણી થાય ત્યારે વ્યક્તિ જાણે અજાણે પોતાને પ્રાપ્ત માહિતીની ચોકસાઈ કર્યા બાદ જ આ નિર્ણય જાહેર કરે છે. ચોકસાઈ અને અવયવ ગણિતમાં કેન્દ્ર સ્થાને છે. આ બંને સદ્‌ગુણોની જીવનમાં સફળતા ચોકસાઈનો માત્ર જરૂરી જ નહીં પરંતુ અત્યંત આવશ્યક છે.

જીવનમાં બીજા એક કૌશલ્યની જરૂર પડે છે 'તર્ક' 'ગણિત' 'તર્કશાસ્ત્ર' શીખવે. તર્ક વિના જિંદગી જીવવાનું શક્ય નથી. પ્રત્યેક વ્યક્તિ આવતીકાલ સારી ઉગશે તેવા તર્કથી જીવન જીવે છે. આજે સખત મહેનત કરી અર્થોપાર્જન કરીએ તો ભવિષ્યમાં આર્થિક મુશ્કેલી અનુભવવી પડશે નહીં તેમ તર્ક કરી વ્યક્તિ આજે સખત મહેનત કરે છે. બે વ્યક્તિ મળે ત્યારે એવું તર્ક સ્વભાવિક રીતે જ થાય કે 'હું' તેને મદદ કરીશ તો તે મને મદદ કરશે. આ રીતે જોઈએ તો જો અને તો માં જે તર્ક આવે છે. તેમાં પ્રત્યેક સ્થાને ગણિત છે. તર્કશાસ્ત્ર જીવનમાં તાણાવાણાની જેમ વણાયું છે. વ્યક્તિ નાના ગામમાંથી મોટા ગામમાં જાય ત્યારે ત્યાં વધારે મકાનો હશે, વસ્તી વધારે હશે, વાહનોની સંખ્યા વધારે હશે અને ત્યાંનું જીવન ધોરણ પણ ઊંચુ હશે માટે આર્થિક જરૂરિયાત પણ વધારે રહેશે તેમ સૌ સહેલાઈથી સમજે છે. અહીંયા કેન્દ્રસ્થાને તર્ક છે. આ રીતે જીવનમાં તર્કનું મહત્વ છે અને તે ગણિતના જ્ઞાન-શિક્ષણ દ્વારા શક્ય બને.

જો શિક્ષણની વાત કરીએ તો તમામ વિષયો અને વ્યવસાયોમાં ગણિતની જરૂરિયાત સીધી કે આડકતરી રીતે આવશ્યક છે. કોઈપણ વ્યવસાય એવો નથી કે જેમાં ગણિત વિના ચાલે. બેન્કીંગથી માંડીને બેકરી સુધીના વ્યવસાયમાં ગણિતની જરૂર પડે જ. વિજ્ઞાન સર્વ વિષયોમાં રાજા હોય તો ગણિત સર્વ વિષયોની રાણી છે. તેમ જરૂર કહી શકાય ગણિતને પોતાનું સૌંદર્ય છે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તૌ સૌદર્ય બક્ષવામાં ગણિત અગ્રસ્થાને છે. ગણતરી પૂર્વકનું સૌદર્ય વ્યક્તિને શોભાવે છે. ક્યાં, કેવું, કેટલું અને શું કરવું તેની પાકી ગણતરી હોય તે વ્યક્તિ જ જીવનમાં સફળતા પ્રાપ્ત કરે છે. જેમ વધારે પડતું કરીએ તો અછકલા કહેવાઈએ તેમ જરૂર કરતાં ઓછી આવડત વ્યક્તિને અણઘડમાં ખપાવે છે. આ રીતે જીવનમાં ડગલે અને પગલે ગણિત આવશ્યક નહીં પણ અનિવાર્ય છે. ગણતરીબાજ વ્યક્તિ જ જીવનમાં સફળતા પ્રાપ્ત કરે છે. પૈસાનો યોગ્ય ઉપયોગ કરવાની સમજ પણ ગણિતના માધ્યમથી પ્રાપ્ત થાય છે. જીવન કેટલું જીવવું તે આપણા હાથમાં નથી પરંતુ ગણિતની મદદથી કેવું જીવવું તે આપણે ચોક્કસ નક્કી કરી શકીએ.

## અભ્યાસક્રમમાં ગણિતનું સ્થાન

ઔપચારિક અને અનૌપચારિક શિક્ષણની પ્રક્રિયામાં વાંચન, લેખન, મનન અને ગણન અતિ મહત્વનાં અંગો છે. ગણનનો વિકાસ ગણિતના જ્ઞાન અને માહિતી વડે થાય છે. પ્રાચીનકાળથી શિક્ષણમાં ગણિતનું સ્થાન હંમેશાં ઉચ્ચ રહેલું છે. મહાન ગણિતશાસ્ત્રીઓ ગણિતને માનવ વિકાસનું પ્રતિક સમજે છે. ગણિત શિક્ષણને માનવીના બૌદ્ધિક તેમજ સાંસ્કૃતિક વિકાસનું સર્વશ્રેષ્ઠ સાધન માની અભ્યાસક્રમમાં મહત્વનું સ્થાન આપેલું છે. ગણિતને અભ્યાસક્રમમાં મહત્વનું સ્થાન આપવા માટેનાં કારણો નીચે મુજબ છે.

**ગણિત એક ચોક્કસ વિજ્ઞાન છે :** ગણિત વિષયના અભ્યાસથી વિદ્યાર્થીઓમાં ચોકસાઈ આવે છે. પોતાના

કાર્યમાં સ્પષ્ટ અને ચોક્કસ બની વૈજ્ઞાનિક દૃષ્ટિકોણનું ઘડતર કરે છે.

**ગણિત તાર્કિક દૃષ્ટિકોણ વિકસાવે છે :** પ્રત્યેક સમસ્યાના નિરાકરણમાં જે કંઈ તક જરૂરી બને છે તે તર્ક ગણિત શિક્ષણથી વિકસે છે.

**ગણિતનો જીવન સાથે ઘનિષ્ઠ સંબંધ છે :** ગણિતને વ્યાપારનો અને વિજ્ઞાનનું જન્મદાતા કહેવાય છે. દરેક વ્યવહારમાં અને વ્યવસાયમાં ગણિત માનવીને અત્યંત જરૂરી બને છે. દૈનિક જીવન વ્યવહારમાં ગણિતના જ્ઞાન વિના સિદ્ધિ મળવી મુશ્કેલી છે. આધુનિક યુગમાં સભ્યતાનો પાયો ગણિત પર આધારિત છે.

**ગણિત વિજ્ઞાનની વિવિધ શાખાઓની આધારશિલા છે :** આધુનિક યુગમાં વિજ્ઞાનની જુદી જુદી શાખાઓ ભૌતિક, રસાયણ, જીવ વિજ્ઞાન, અવકાશવિજ્ઞાન, જ્યોતષવિજ્ઞાન મહત્વની છે. તે બધાનો આધાર ગણિત છે. ગણિતના જ્ઞાન સિવાય આ શાખાઓનો વિકાસ સંભવિત નથી. ટૂંકમાં Mathematics is the basic of all sciences.

**ગણિત એક વિશેષ પ્રકારની વિચારવાનો દૃષ્ટિકોણ આપે છે :** ગણિતથી ચોક્કસ, ક્રમાનુસાર, તાર્કિક, સત્વરૂપમાં વિચારવાનો દૃષ્ટિકોણ ઉત્પન્ન થાય છે. દરેક સમસ્યાના નિરાકરણ માટે વિદ્યાર્થી ચોક્કસ, સત્વરૂપ, નિશ્ચિત, ક્રમાનુસાર વિચારવાનો પ્રયાસ કરે છે. જે ધીરે ધીરે તેનામાં દૃષ્ટિકોણ બની જાય છે. જેનાથી બૌદ્ધિક વિકાસ થાય છે અને માનસિક આનંદ આવે છે.

**ગણિત રાષ્ટ્રની આર્થિક અને સામાજિક પ્રગતિનું અંગ છે :** દેશની આયાત નિકાસ વ્યાપાર અને ચલણીની પરિસ્થિતિની જાણકારી ગણિતના જ્ઞાન પર નિર્ભર છે. સામાજિક પ્રગતિમાં નવીન સંશોધનોનો ઉપયોગ ગણિતના જ્ઞાન પર અવલંબે છે. વૈયતિક અથવા સામાજિક લાભાલાભ, સરળતાથી માહિતી ગણિત આપે છે.

**ગણિત આદર્શ નાગરિક ઘડતરના પાયામાં રહેલું છે :** રાષ્ટ્રનો વિકાસ નાગરિક ઘડતર પર અવલંબન છે. લોકશાહી રાષ્ટ્રમાં નાગરિક માટે જરૂરી મતગણતરી, રાષ્ટ્રના હિતમાં થતી પ્રકૃતિઓના સહયોગ આપવામાં આવતો નાગરિક ફાળો ગણિતના જ્ઞાન અને માહિતી પર અવલંબે છે. ગણિત નાગરિક ઘડતર માટે, નાગરિક વિકાસ માટે અગત્યની ભૂમિકા પૂરી પાડે છે વૈયતિક અને સામાજિક સમસ્યાઓનો ઉકેલ ગણિતની મદદથી સરળતાથી કરતાં સમસ્યા ઉકેલની તાલીમ ગણિતના અભ્યાસથી આપી શકાય છે.

અર્વાચીન યુગમાં મોટાભાગનાં કાર્યો યંત્રોની મદદથી થાય છે. આ યંત્રોના સંચાલન અને નિર્માણમાં વિજ્ઞાનના સિદ્ધાંતો અને ગણિતનું જ્ઞાન આધારભૂત છે. ગણિતના મહત્વને ધ્યાનમાં રાખી તેને અભ્યાસક્રમમાં સ્થાન આપવામાં આવ્યું છે. પ્રાથમિક અને માધ્યમિક કક્ષાએ ફરજીયાત વિષય તરીકે અસ્તિત્વ ધરાવે છે. શિક્ષણના ધ્યેયોની સિદ્ધિમાં ગણિત શિક્ષણનો ફાળો સવિશેષ છે. વ્યક્તિના જીવન ઘડતરમાં રાષ્ટ્રના ઘડતરમાં અને સામાજિક પરિવર્તનના પાયામાં ગણિતના જ્ઞાનની વિશિષ્ટતા છે.

## ગણિતશાસ્ત્રી : આર્યભટ્ટ

**(જ. ઈ. સ. ૪૭૬, કુસમપુર, પટણા)**

**ગુપ્તકાળના મોટા ગણિતજ્ઞ અને મુખ્ય જ્યોતિર્વિદ.**

આર્યભટ્ટે નાલંદા વિશ્વવિદ્યાલયમાં અભ્યાસ કર્યો હતો. 23 વર્ષની ઉંમરે તેમણે 'આર્યભટ્ટીય' ગ્રંથ લખ્યો છે.

પૃથ્વી ગોળ છે. અને તે તેની ધરી પર રોજ ફરે છે. તેથી દિવસ-રાત થાય છે. તે કૉપરનિક્સથી બહુ પહેલાં આર્યભટ્ટે શોધ્યું હતું. રાહુ નામનો ગ્રહ સૂર્ય-ચંદ્રને ગળી જાય છે તેથી સૂર્ય અને ચંદ્રનું ગ્રહણ થાય છે. તેવી હિંદુ ધર્મની માન્યતા એમણે ખોટી ઠરાવી હતી. ચંદ્રગ્રહણમાં ચંદ્ર અને સૂર્યની માધ્યમાં પૃથ્વી આવવાથી અને એની છાયા ચંદ્ર પર પડવાથી ચંદ્રગ્રહણ થાય છે, એવું કારણ તેમણે શોધી આપ્યું હતું. તેમણે તે પણ જાહેર કર્યું કે ચંદ્ર કાળો છે. અને તે સૂર્યના પ્રકાશમાં જ પ્રકાશિત થાય છે. આર્યભટ્ટે સિદ્ધ કયું કે વર્ષના 366 દિવસ નથી,

પણ 365, 2591 દિવસ છે. આર્યભટ્ટના 'બૉલિસ સિદ્ધાંત', 'રોમક સિદ્ધાંત' તથા 'સર્યસિદ્ધાંત' વિશેષ મહત્વના છે.

વિશ્વના ગણિતના ઇતિહાસમાં પણ આર્યભટ્ટનું નામ વધુ પ્રસિદ્ધ છે. બીજગણિતનો જૂનામાં જૂનો ગ્રંથ તેમનો છે. તેમણે સૌ પ્રથમ પાઈ $\pi = 3.1416$ નક્કી કરી આપી. સૌ પ્રથમ સાઈનનાં કોષ્ટકો આપ્યાં. જટિલ ગણિતનાં સમીકરણોના ઉકેલ માટે તેમણે જે સમીકરણ આપ્યું તે વિશ્વભરમાં જાણીતું બન્યું. એક પછી અગિયાર મીંડા ધરાવતા મોટા આંકડાઓ બોલવા માટે તેમણે નવી પદ્ધતિ વિકસાવી. તેમણે ગણિત-જ્યોતષનો 'આર્ય સિદ્ધાંત' પ્રચલિત કર્યો.

'આર્યભટ્ટીય' સંપૂર્ણ ગ્રંથ છે. તેમાં ભૂમિતિની, વર્ગમૂળ, ઘનમૂળ ઉપરાંત ખગોળશાસ્ત્રની ગણતરીઓ, અવકાશક્ષેત્રની નોંધો જેવી ગણિતખગોળની અનેક બાબતો છે. આજે પણ હિંદુ પંચાગ તૈયાર કરવામાં આ ગ્રંથની મદદ લેવાય છે.

ખગોળ અને ગણિતશાસ્ત્ર - બંને ક્ષેત્રોમાં તેમના પ્રદાનની યાદગીરી માટે ભારતના પ્રથમ ઉપગ્રહનું નામ 'આર્યભટ્ટ' રાખવામાં આવ્યું હતું.

## થેઈલ્સ

**(જ.ઈ.પૂ. ૬૫૨; અ.ઈ.પૂ. ૫૫૦)**

**ગ્રીસના મહાન વિચારક અને ગણિતશાસ્ત્રી**

થેઈલ્સ મિલિટ્સનો વેપારી હતો. આ મિલિટ્સ તો અત્યારના તુર્કી રાષ્ટ્રનો એક ભાગ છે. થેઈલ્સ ગામનાં જાહેર કાર્યોમાં ખૂબ રસ લેતો હતો. એ સમયે તેણે ઇજિપ્તની મુલાકાત લીધી હતી. ત્યાં તેણે વેપાર-ધંધો કરવા સાથે ઇજિપ્શિયન ભૂમિતિનો અભ્યાસ કર્યો. એ રીતે તેણે ઘણું જ્ઞાન પ્રાપ્ત કર્યું.

થેઈલ્સને અવકાશી નિરીક્ષણ કરવાનો ઘણો શોખ હતો. ત્યારે દૂરબીન જેવાં આધુનિક સાધનો ન હતાં. થેઈલ્સ માટે આવી એક વાત પ્રચલિત છે : એક વખત આકાશદર્શનમાં તલ્લીન થેઈલ્સ જમીન પરનો ખાડો ન દેખાતાં તે એમાં પડી ગયો. ત્યારે એક વૃદ્ધબાઈએ તેને ટોણો માર્યો : તારા પગ પાસે છે તે દેખાતું નથી તો આકાશમાં શું છે. તેની તને કેવી રીતે ખબર પડશે ?

થેઈલ્સ માનતો કે પૃથ્વીની ઉત્પત્તિ કોઈ કુદરતી પ્રક્રિયાને કારણે થઈ છે. તેણે ધરતીકંપ અંગે પણ વધુ જાણકારી મેળવી તે પણ એક કુદરતી ઘટના હોવાનું તેણે જણાવ્યું. તેણે ગ્રહણ વિશે પણ અનેક આગાહીઓ કરી હતી, ગ્રહણ માટેની તારીખોની તેણે આગાહી કરી હતી

વ્યાસથી વર્તુળના બે એકસરખા ભાગ થાય છે. તેમ જ અર્ધ વર્તુળમાં વ્યાસથી તેના કોઈ પણ બિંદુ પર બનતો ખૂણો કાટખૂણો હોય છે. તે એણે જણાવેલું.

થેઈલ્સ પાયથાગોરસનો ગુરુ હતો તેમ મનાય છે. ભૂમિતિમાં પ્રમેયને સાબિત કરવાં જોઈએ તે રિવાજ પણ થેઈલ્સે પાડ્યો હતો. એ દૃષ્ટિએ આધુનિક ગણિતનો શિસ્ત માટેનો યશ થેઈલ્સને ફાળે જાય છે.

## એસ. રામાનુજન્

**(જ. ૨૨ ડિસેમ્બર, ૧૮૮૭, ઇરોડ, તમિલનાડુ; અ, ૨૬ એપ્રિલ, ૧૯૨૦, ચેન્નાઈ)**

**આધુનિક સમયના ભારતના શ્રેષ્ઠ ગણિતશાસ્ત્રી**

અત્યંત ગરીબ પરિવારમાં જન્મેલા રામાનુજન્ નાનપણથી જ ગણિતમાં ખૂબ રસ હતો. છઠ્ઠા ધોરણમાં સુધી ગણિત તેઓ સમજીને ગણી ચૂક્યા હતા. મેટ્રિક પાસ થયા બાદ તેમને 'અ સિનોપ્સિસ ઑવ પ્યૉર મૅથેક્સ' પુસ્તક હાથ લાગ્યું. આ પુસ્તકમાં ગણિતનાં છ હજાર પરિણામો, સૂત્રો સાબિતી વગર આપેલાં હતાં. રામાનુજને એ બધાંની સાબિતિ શોધવાનો મહાયજ્ઞ આરંભ્યો. આ પ્રયત્નમાંથી તેઓ એક પ્રખર ગણિતશાસ્ત્રી બન્યા. ગણિતના તેમને સૂઝતાં નવાં નવાં પરિણામો ટપકાવી લેવા તેમણે નોટબુકોનો ઉપયોગ કર્યો.

ગણિત વધારે પડતા આકર્ષણથી તેઓ અન્ય વિષયો પ્રત્યે એટલું ધ્યાન ન આપી શકતા. રામાનુજન્ કારણે કૉલેજમાં બે-ત્રણ વાર નપાસ થયા. ત્યારબાદ

તેમણે અભ્યાસ છોડી દીધો. એ પછી એક દાયકો તેમના માટે ખૂબ કષ્ટદાયક અને નિરાશામય રહ્યો. જાનકી અમ્મલ નામની કન્યા જોડે તેમનાં લગ્ન થયાં. નોકરીની તલાશમાં ખૂબ હવાતિયાં માર્યાં. કારકુન તરીકે નોકરી કરી અને ટ્યુશનો કર્યા. તેમણે ગણિતના જ્ઞાનથી પ્રભાવિત થઈને કોઈ હિતેચ્છુંં ઇંગ્લેન્ડના પ્રખ્યાત ગણિતશાસ્ત્રી હાર્ડીનો સંપર્ક સાધવા કહ્યું. હાર્ડી રામાનુજન્ ગણિતના જ્ઞાનથી પ્રભાવિત થયા અને તેમનો ઇંગ્લેન્ડ આવવાનો પ્રબંધ કર્યો. છેવટે રામાનુજન્ કેમ્બ્રિજ યુનિવર્સિટીમાં ભણવા ગયા. ત્યાં તેમણે ગણિતમાં ઉત્તમ કોટીનું સંશોધન કર્યું. ઇંગ્લેન્ડની રોયલ સોસાયટીએ તેમને ફેલો તરીકે ચૂંટી કાઢ્યા. કોમનવેલ્થના વૈજ્ઞાનિકો માટે આ બહુ મોટુ માન ગણાય છે. આ માન મેળવનાર તેઓ બીજા ભારતીય હતા. ટ્રિનિટી કૉલેજના પણ તેઓ ફેલો બન્યા.

ત્યારબાદ ઇંગ્લેન્ડમાં રામાનુજન્‌ની તબિયત લથડી અને તેમને ક્ષય રોગ લાગુ પડ્યો. બીમાર સ્થિતિમાં તેઓ ઈ.સ. 1919માં ભારત પાછા આવ્યા. અનેક પ્રયત્નો છતાં આ બીમારીમાંથી તેઓ બચી શક્યા નહીં.

રામાનુજન્ 31 વર્ષનું ટૂંકું જીવન જીવ્યા, પણ તેમણે ગણિતમાં ખૂબ લાંબી ફાળ ભરી હતી. તેમનું સંશોધનકાર્ય મુખ્યત્વે સંખ્યાગણિત, અપૂર્ણાંકો તથા પૂર્ણાંકોનાં વિભાજન વગેરે ક્ષેત્રોમાં હતું. રામાનુજન્‌નું કાર્ય સમજતાં, પચાવતાં અને તેનાં પરિણામો ગણી કાઢતાં ગણિતજ્ઞોને એક સદીથી પણ વધારે સમય લાગે તેવો સંભવ છે.

## વિશ્વના મહાન ગણિતશાસ્ત્રીઓ

(૧) થેઈલ્સ (૨) પાયથાગોરસ (૩) પ્લેટો (૪) યુક્લિડ (૫) આર્કિમિડીઝ (૬) ટોલેમિ (ક્લાઉડિયસ ટોલેમિયસ) (૭) હાઈપીશ્ય) (૮) આર્યભટ્ટ (૯) બ્રહ્મગુપ્ત (૧૦) અલ-ખ્વારિઝમી (૧૧) મહાવીરાચાર્ય (૧૨) ઉંમર ખય્યામ (૧૩) ભાસ્કરાચાર્ય (૧૪) લિયોનાર્દો દ વિન્ચી (૧૫) નિકોલસ કોપર્નિક્સ (૧૬) નિકોલો ટાર્ટાગ્લિઆ (૧૭) ફ્રાનકોઈસ વિએટા (૧૮) જોન નેપિયર (૧૯) જર્હાનિસ કેપ્લર (૨૦) રૈને દકાર્ત (૨૧) પિયરે દ ફર્મા (૨૨) જહોન વોલિસ (૨૩) બ્લેઈઝ પાસ્કલ (૨૪) આઈઝેક ન્યુટન (૨૫) લાઈબિનત્ઝ (૨૬) માકર્વી એમિલી દુશાતલે (૨૭) લિઓનાર્ક ઓઈલર (૨૮) મારિયા જાએતાના આન્યાજી (૨૯) પિપર-સિર્મા લાપ્લાસ (૩૦) જોસેફ લુઈ લાગ્રાંજ (૩૧) કેરોલિન હર્શલ (૩૨) સોફી જેશમી (૩૩) કાર્લ ફ્રેડરિક ગૈસ (૩૪) મેરી સોમેરવિલ (૩૫) ઑગસ્તીન લુઈ કોશી (૩૬) ચલર્સ બેબજ (૩૭) નોકોલાઈ ઈવાનોવિચ લોબોચેવસ્કી (૩૮) નિલ્સ હેનરિક આબેલ (૩૯) યાનોસ બોલ્યાઈ (૪૦) કાર્લ ગુસ્ટાવ જોકલ જેકોબી (૪૧) વિલિયમ રોવેન હેમિલ્ટન (૪૨) ઈવારિસ ગાલ્વા (૪૩) જેમ્સ જોસેફ સિલ્વેસ્ટર (૪૪) એડા બાયરન (૪૫) કાર્લ થિયોડોર વાયરસ્ટ્રાસ (૪૬) જ્યોર્જ બુલ (૪૭) જે.સી. ઍડમ્સ (૪૮) આર્થર કેલી (૪૯) ચાલર્સ હર્મિટ (૫૦) ગ્યાર્ગ ફ્રેડરિક બેનહાર્ડ રીમાન (૫૨) ગ્યાર્ગ ફર્ડિનાન્ડ લુડવિગ કાંતોર (૫૩) સાફિયા કોવાલેવસ્કાયા (૫૪) હેનરી પોઈન્કર (૫૫) ડેવિડ હિલ્બર્ટ (૫૬) બર્ટ્રાન્ડ રસેલ (૫૭) આલ્બર્ટ આઈન્સ્ટાઈન (૫૮) એમ્મી નોએથેર (૫૯) શ્રીનિવાસ રામાનુજન (૬૦) સ્ટીફન બનાખ

## ગણિત શિક્ષણમાં દૃશ્ય-શ્રાવ્ય સાધનોનો વિનિયોગ

શિક્ષક વર્ગ અધ્યાપન કરવા માટે ચોક અને ટોકનો જ ઉપયોગ કરે તે બાબતે હવે ભૂતકાળ બની ગઈ છે. આજે વર્ગઅધ્યાપન કરવા માટે વૈજ્ઞાનિક સંશોધનો અને ટેક્નોલોજીના પરિણામે અનેક પ્રકારના દૃશ્ય-શ્રાવ્ય સાધનો પ્રાપ્ય છે. પલટાતા સમાજ સાથે કદમ મિલાવવા માટે શિક્ષણમાં આવા આધુનિક સાધનોનો ઉપયોગ અત્યંત આવશ્યક બન્યો છે. શૈક્ષણિક હેતુઓની સિદ્ધિ માટે યોગ્ય શૈક્ષણિક સામગ્રીની પસંદગી અને ઉપયોગ આજે જરૂરી બન્યો છે. ગણિત વિષય અમૂર્ત છે, વિદ્યાર્થીઓને ગણિત વિષય કઠિન લાગે છે. ગણિત શિક્ષણને અસરકારક અને ફળપ્રદ બનાવવા દૃશ્ય-

સાધનો ઉપયોગ અત્યંત જરૂરી છે. જે બાબતમાં કાં તો પ્રથમ કક્ષાનો અનુભવ ન આપી શકાય, આપવો કઠિન પડે કે આપવો અયોગ્ય હોય, તે બાબતમાં બીજી કક્ષાનો અનુભવ જે સાધનો દ્વારા આપી શકાય તે સાધનોને દૃશ્ય અથવા શ્રાવ્ય અથવા દૃશ્ય-શ્રાવ્ય સાધનો કહી શકાય. દૃશ્ય-શ્રાવ્ય સાધનોના મુખ્ય ત્રણ પ્રકાર પાડી શકાય.

## (૧) દૃશ્ય સાધનો

| દૃશ્ય (મુદ્રિત) | દૃશ્ય (દ્વિપરિમાણીય) | દૃશ્ય (ત્રિપરિમાણીય) | દૃશ્ય (સ્થિર પ્રોજેક્શન) |
|---|---|---|---|
| ❁ પાઠ્યપુસ્તક | ❁ સંદેશાઓ, ચિત્રો | ❁ પ્રતિકૃત | ❁ સ્લાઈડ |
| ❁ જ્ઞાનકોષો | ❁ આકૃતિ નકશાઓ | ❁ ત્રિપરીમાણીય નકશા | ❁ ફિલ્મસ્ટ્રીપ |
| ❁ સામાયિકો | ❁ ફ્લેનલબોર્ડ, પોસ્ટર | | ❁ એપીસ્કોપીક ચિત્રો |
| ❁ સમાચારપત્રો | ❁ ચાર્ટ્સ, આલેખ | ❁ ગોળાઓ | ❁ ઓવરહેડ પ્રોજેક્ટર (ટ્રાન્સ્પરન્સી) |
| ❁ પ્રકાશિત સામાહિકો કાપલી | ❁ ઠઠ્ઠ ચિત્રો (કાર્ટૂન) | ❁ નમૂના | ❁ એલસીડી પ્રોજેક્ટર. |

**(2) શ્રાવ્ય સાધનો :** ❁ અવાજ (સંદેશો આપનારને) ❁ રેડિયો, ટેપરેકોર્ડર ❁ ગ્રામોફોન રેકોર્ડર ❁ ટેલિફોન ❁ સીડી પ્લેયરો

**(3) દૃશ્ય-શ્રાવ્ય સાધનો :** ❁ ટેલિવિઝન ❁ વિડિયો ❁ ફિલ્મ પ્રોજેક્ટર ❁ એલસીડી પ્રોજેક્ટર

**❁ ગણિત શિક્ષણમાં દૃશ્ય-શ્રાવ્ય સાધનોનો વિનિયોગ : (1) ચોક બોર્ડ :** ગણિત શિક્ષકનો સૌથી નજીકનો સાથી ચોકબોર્ડ છે. ગણિત શિક્ષણમાં વ્યાખ્યાનને કોઈ અવકાશ નથી. આંકડાઓ, સંકેતો, આકારો, આકૃતિઓની માહિતી બોર્ડ પર પ્રસ્તુત કરવા રંગીન ચોકનો યોગ્ય ઉપયોગ કરી શકાય.

**(2) ફ્લેનલ બોર્ડ :** બુનિયાદી શાળાઓમાં ફ્લેનલ બોર્ડને ખાદીગ્રાપ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. તેમાં સપાટી રૂંવાટીવાળી, ખરબચડી, રેસાવાળી હોય છે. સપાટીના રેસાઓની આંતરગુંથણને કારણે તેના પર મૂકેલી કરકરી સપાટીવાળી વસ્તુને પકડી રાખે છે. ફ્લેનલ બોર્ડ પર ચિત્રો, આકૃતિઓ, રેખાઓ, પૂંઠા-પોસ્ટર, પેપરના કલાત્મક કાપેલા ભાગોને પાછળની સપાટી પર ખરબચડો ભાગ લગાડી ઉત્તમ રીતે રજૂ કરી શકાય છે.

**(3) ચાર્ટ :** કેટલી વખત પાઠની સમજૂતી દરમ્યાન કેટલીક સંકુલ આકૃતિઓ, આલેખો, કોઠાઓ દોરવાનું કઠિન બની જાય છે. શિક્ષકનો વધુ સમય માગી લે છે આ સમયે તૈયાર ચાર્ટ દ્વારા વિગતો આપી માહિતી રજૂ કરી શકાય છે.

**(4) જી.ઓ. બોર્ડ :** લાકડાના પાટિયા પર ઊભી અને આડી હરોળમાં સરખું અંતર રાખીને ખીલીઓ મારીને જી.ઓ.બોર્ડ તૈયાર કરી શકાય. વિવિધ પ્રકારની ભૌમિતિક આકૃતિઓ દર્શાવવા માટે જી.ઓ. બોર્ડનો ઉપયોગ થઈ શકે છે.

રેખાખંડોથી બનતી આકૃતિ રબર બેન્ડની મદદથી બનાવી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ, ત્રિકોણ, ચોરસ, લંબચોરસ બનાવી શકાય છે.

**(5) મૂર્ત વસ્તુઓ :** સંખ્યાજ્ઞાન માટે મણકા, લખોટીઓ, પીછાં, પાંદડાં વગેરે ખૂબ ઉપયોગી થાય છે. મૂળભૂત ક્રિયાઓની સમજૂતી પણ આવી મૂર્ત વસ્તુઓ વડે ખૂબ સરળતાથી આપી શકાય છે. ચલણી નાણું પ્રત્યક્ષ વર્ગખંડમાં લાવી બતાવી શકાય છે. પોસ્ટ ઑફિસ, બેંકની કામગીરી સમજવા જુદાં જુદાં પત્રકો, પાસબુક, ચેકબુક, મનીઓર્ડર ફોર્મ, આંતરદેશી પોસ્ટકાર્ડ વગેરે પ્રત્યક્ષ બતાવી વિદ્યાર્થીઓને માહિતગાર બનાવી શકાય.

**(6) પ્રતિકૃતિઓ નમૂનાઓ (મોડેલ્સ) :** ભૂમિતિમાં આવતા ઘન આકારો જેવાં કે શંકુ, પિરામીડ, ઘન, લંબઘન વગેરેને લાકડામાંથી કે પૂંઠા દ્વારા તૈયાર કરાવી શકાય છે.

**ઉપસંહાર :** શાળા કક્ષાએ ગણિત વિષય આગવું સ્થાન ધરાવે છે. વિદ્યાર્થીઓને ગણિત વિષયમાં રસ લેતા કરવા દૃશ્ય-શ્રાવ્ય સાધનોનો વિનિયોગ અસરકારક માધ્યમ સાબિત થઈ શકે છે.

# ગણિત દ્વારા મૂલ્ય શિક્ષણ

ગણિત એ એવો વિષય છે. જે આપણા જીવનમાં સર્વત્ર છે. જન્મથી મૃત્યુ સુધી જીવનના દરેક તબક્કે ગણિત આપણી સાથે છે. ગણિત રોગના નિદાનમાં પણ ઉપયોગી છે. જેમ કે Different equation બ્લડ પ્રેસરમાં Topology હૃદયરોગ જેવી બાબતોમાં ઉપયોગી છે. એટલું જ નહીં શેરબજારના Pridictiom માં પણ ગણિતની શાખાઓ ઉપયોગી છે.

ગણિત આપણી તર્ક શક્તિ અને બુદ્ધિ આંકને વિકસાવે છે. ગણિતએ જીવન જેવું છે. જેમ સારું જીવન જીવન અઘરું છે. તેમ ગણિત પણ અઘરું છે. ગણિતના દાખલામાં એક નાનકડી એવી ભુલ આપણને જવાબ સુધી પહોંચવા દેતી નથી તેવી જ રીતે જીવનમાં થયેલી નાનકડી ભુલની અસર જીવન પર્યત રહે છે. પ્રત્યક્ષ કે પરોક્ષ રીતે ગણિતના કેટલાક ખ્યાલ, વ્યાખ્યાઓ, સિદ્ધાંતો કે પ્રમેય આપણને જીવનના કેટલાક મૂલ્યો, સત્યો કે બોધ શીખવતા રહે છે. આમાંના કેટલાક ખ્યાલોની ચર્ચા અહીં કરવામાં આવી છે.

**(1) ગણ :** ❁ દરેક ગણ માનવી એક ગણ જેવો છે. ❁ યોગગણ એટલે બંને ગણમાં આવતા સભ્યોની યાદી એટલે કે વ્યવહારમાં કહી શકાય કે યોગ કે યોગ એટલે સૌને સાથે લઈને ચાલવું તે.

**(2) અવયવીકરણ :** અવયવીકરણની રીત આપણાને શીખવે છે કે જીવનની સમસ્યાઓને પણ નાના-નાના ભાગમાં વહેંચીને તેને સરળતાથી હલ કરી શકાય છે તેનો ઉકેલ મેળવી શકાય છે.

**(3) હકારાત્મક વલણ :** ગણિત હંમેશા હકારાત્મક વલણની વાત કરે છે. એટલે કે ગણિતમાં માત્ર 5 લખ્યા હોય ત્યારે ત્યાં ધન નિશાની નહોવા છતાં પણ + 5 જ વંચાય છે. જે હકારાત્મક દૃષ્ટિની વાત કરે છે.

**(4) અવિભાજ્ય સંખ્યા :** ગણિતમાં કેટલીક એવી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ હોય છે જેને માત્ર 1 વડે જ ભાગી શકાય છે. સમાજમાં પણ કેટલીક વ્યક્તિઓ હોય છે જે અતડા હોય છે. કોઈની સાથે સહભાગિતા ઇચ્છતા હોતા નથી.

**(5) વિભાજ્ય સંખ્યાઓ :** ગણિતમાં એવી કેટલીક સંખ્યાઓ હોય છે જે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે એવી જ રીતે સમાજમાં પણ એવા straight forward વ્યક્તિઓ હોય છે કે જેના વ્યક્તિત્વને પણ નિઃશેષ ભાગી શકાય છે જેમ કે સરળ, સહજ અને નિખાલસ વ્યક્તિત્વ.

**(6) વર્તુળ :** ભૂમિતિમાં જેમ અલગ અલગ ત્રિજ્યાના વર્તુળો હોય છે તેમ સમાજમાં પણ જુદી-જુદી ત્રિજ્યા ધરાવતા માનવો અસ્તિત્વ ધરાવે છે. દરેક માનવના આંતરિક વ્યક્તિત્વની ત્રિજ્યાઓ જુદી-જુદી હોય છે પરંતુ અનંત ત્રિજ્યા ધરાવતા વર્તુળની કલ્પના એજ ‘પરમાત્મા.’

**(7) સ્થાનકિંમત :** અંકનું મૂલ્ય તે કયા સ્થાને છે તેના આધારે તેની કિંમત નક્કી થાય છે. જેમકે એકમ, દશક, શતક, વગેરે... જીવનમાં વ્યક્તિ પણ કયા, ક્યારે અને કોની પાસે ઉઠે બેસે છે તેના આધારે તેની કિંમત નક્કી થાય છે.

**(8) પ્રમેય :** ( ❁) ભૂમિતિમાં પ્રમેયમાં બે ભાગ હોય છે. (1) પક્ષ અને (2) સાધ્ય. ( ❁) જેમ પ્રમેયમાં આપેલા પક્ષ પરથી ભૂમિતિની વ્યાખ્યાઓ પૂર્વ ધારણાઓ અને સિદ્ધાંતોનો ઉપયોગ કરી સાધ્ય (લક્ષ્ય) હાંસલ કરી શકાય છે તેમ વ્યવહારમાં મંઝીલને સામે લક્ષ્ય પ્રાપ્ત કરી શકાય છે.

**(9) પાઈથાગોરસ પ્રમેય :** (❁) કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણ હંમેશા મોટો હોય છે. જેમ મહાભારતમાં કર્ણને મહાન બતાવવામાં આવ્યા છે. તેમ (❁) પાઈથાગોરસ નામના ગણિત શાસ્ત્રીએ કર્ણનો ઉપયોગ કરીને એક નવો, સરળ અને ટૂકો રસ્તો સુચવ્યો છે. તેમ વ્યવહારિક જીવનમાં સરળ વિકલ્પ પણ ક્યારે ઉપયોગ થાય છે.

**(10) સંખ્યા ગણ :** સંખ્યા ગણ N, Z, O, R માટે ઉપગણના સંદર્ભમાં NCZCQCR લખાય છે. આ ચારેય ગણ આપણે I.Q, E.Q, M.Q, S.Q. સાથે સરખાવી શકાય. I.Q. = બુદ્ધિઆંક, E.Q. = લાગણી આંક, M.Q. = મોરલ આંક, S.Q. = આધ્યાત્મિકતા આંક. I.Q, C.E.Q, S.Q.

(16 લ.સા.અ. (સમચ્છેદી) જીવનના દરેક તબક્કે ઘટના કે વ્યક્તિને સમાન અને એક જ માપદંડથી મૂલવવામાં આવે છે.

**(12) નિત્યસમ :** નિત્યસમ જેમ સદાસત્ય હોય છે તેમ જીવનની કેટલીક હકીકતો પણ હંમેશાં સત્ય હોય છે. જેમ કે સફળતા માટે સખત પરિશ્રમનો કોઈ વિકલ્પ નથી.

**(13) નિરપેક્ષ મૂલ્ય (માનાંક) :** અહીં માનાંક એવું સૂચવ્યું છે કે તેમાં રહેલી સંખ્યાનું હંમેશા નિરપેક્ષ મૂલ્ય લેવું, જીવન માટે માનાંક એવું સૂચવે છે. કે ઉદાસીન કે દુઃખદાયક વસ્તુને પણ હળવાશથી લઈને તેમાંથી પણ આનંદ માણવો.

**(14) આલેખ :** (❁) ગણિતમાં અને અન્ય વિષયોમાં આલેખનો અભ્યાસ આવે છે તેમાં અક્ષો વડે ચાર ચરણ રચાય છે. આ ચારેય ચરણોના ગુણધર્મોની જેમ જ સમાજ પણ ચાર ચરણોમાં વહેંચાયેલો છે. (1) પ્રથમ ચરણ (+, +) આ ચરણમાં બંને યામ ધન હોય છે જેમ સમાજમાં એક વર્ગની વિચારસરણી પણ આવી જ છે. I am ok, you are ok આ પરિસ્થિતિ સૌથી આદર્શ છે. (2) બીજું ચરણ (-, +) આ ચરણમાં આવતા લોકોની વિચારસરણી છે. I am not ok, you are ok આ વર્ગ લઘુતાગ્રંથીથી પિડાતો વર્ગ છે. (3) ત્રીજું ચરણ (–, –). આ ચરણ સૌથી વધુ ખતરનાક ચરણ છે. I am not ok, you are not ok આ વર્ગના લોકો પૂર્ણપણે નકારાત્મક વિચારસરણી ધરાવે છે. (4) ચોથું ચરણ (+, –) આ ચરણના લોકો માને છે કે I am ok, you are not ok આ વર્ગ ગુરૂતાગ્રંથિથી પીડાતો વર્ગ છે. આ ચારેય ચરણોમાં પ્રથમ ચરણમાં આવતો વર્ગ સૌથી ઉત્તમ વર્ગ છે.

## કેલ્ક્યુલેટર (ગણકયંત્ર)

**સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર તત્કાળ કરી આપતું યંત્ર**

સરવાળા-બાદબાકી-ભાગાકારની ગણતરીઓ ઉપરાંત ટકાવારીની તથા અન્ય ખૂબ જ સંકુલ ગણતરીઓ પણ કેલ્ક્યુલેટર કરે છે.

એક સમયે યાંત્રિક કેલ્ક્યુલેટરો હતાં. તેમાં સળિયા, ઉચ્ચાલન અને ગિયર - ચક્ર વપરાતાં. હવે કેલ્ક્યુલેટર ઈલેક્ટ્રોનિક હોય છે. તે જૂજ વિદ્યુતપ્રવાહ વાપરીને કામ કરે છે. તે બહુ જ ઝડપી હોય છે.

જ્યારે પણ કેલ્ક્યુલેટર પર બટન દબાવીએ ત્યારે આપણે સામાન્ય અંકો 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, વાપરીએ છીએ. કેલ્ક્યુલેટર તરત તેને દ્વિઅંકીમાં ફેરવે છે. દ્વિઅંકી ગણતરીની એવી પદ્ધતિ છે જે માત્ર બે અંકો 0 અને 1 વાપરે છે. કેલ્ક્યુલેટરને તેની પર કામ કરવું સહેલું પડે છે. કારણ કે સર્કિટમાં બંધ (ઑફ) માટે 0 અને ચાલુ (ઑન) માટે 1 થઈ શકે. કેલ્ક્યુલેટરો તેની ગણતરી દ્વિઅંકીમાં કરે છે અને તેનો જવાબ તે સામાન્ય સંખ્યામાં આપે છે.

ઈલેક્ટ્રોનિક કેલ્ક્યુલેટરોમાં નાનું એવું લૉજિક સર્કિટ (વીજ - પરિચય) હોય છે. તે કેલ્ક્યુલેટરનું 'મગજ' છે. તે વીજળીથી ચાલે છે, બધી ગણતરીઓ કરે છે અને પછી નાના સ્કીન (પડદા) પર જવાબ આપે છે. ઘણાં કેલ્ક્યુલેટરમાં 'મેમરી' હોય છે, જેથી તેમાં સંખ્યાઓ સંગ્રહી શકાય છે અને ફરીથી વાપરી પણ શકાય છે.

કેટલાંક કેલ્ક્યુલેટરો ડેસ્કટૉપ પ્રકારનાં હોય છે. કેટલાંકને વળી પ્રિન્ટર પણ હોય છે. કેટલાંક તો ક્રેડિટ કાર્ડ જેટલાં નાનાં હોય છે. કેટલાંક એટલાં નાના હોય છે કે તે ડિજિટલ કાંડા ઘડિયાળ પર પણ પહેરી શકાય ! કેટલાકને બેટરીની પણ જરૂરી પડતી નથી. તે સૂર્યકોષથી ચાલે છે, જે પ્રકાશને વિદ્યુતમાં ફેરવે છે.

કેલ્ક્યુલેટરના અનેક ઉપયોગ છે તે બિલ ચકાસવા અને શાળામાં ગણિત શીખવવામાં ઉપયોગી છે. વૈજ્ઞાનિકો, એન્જિનિયરો, હિસાબનીસો જેવા અનેક લોકોને તે ઉપયોગી છે. આધુનિક દુકાનોમાં ખરીદ-વેચાણનાં બિલ બનાવવા માટે પણ તેનો ઉપયોગ થાય છે.

## આકાર (Shape)

**કુદરતમાં નજરે પડતા પદાર્થ અને માણસોએ બનાવેલી ચીજવસ્તુઓની વિવિધ રૂપાકૃતિઓ.**

જે આકારોમાં લંબાઈ અને પહોળાઈ - એ બે પરિમાણો હોય તેને દ્વિપરિમાણી આકાર કહેવાય; દા.ત., ચોપડીનું પાનું.

આવા દ્વિપરિમાણી ભૌમિતિક આકારોનાં ચોક્કસ નામો છે; જેમ કે ત્રિકોણ, સમચોરસ, લંબચોરસ, વર્તુળ, લંબવર્તુળ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ, સમબાજુ ચતુષ્કોણ, ષટ્કોણ વગેરે.

આવી રીતે લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ એમ ત્રણ પરિમાણ ધરાવતા ત્રિપરિમાણી આકારો પણ આપણી આસપાસ જોવા મળે છે. તેઓ ઘનાકારના હોય છે; જેમ કે ગોળાકાર, લંબગોળાકાર, ઘનાકાર, લંબઘનાકાર, નળાકાર, શંકુ-આકાર, ચતુષ્ફલક કે બહુફલક.

દરેક વસ્તુનો આકાર આવો સુનિશ્ચિત ભૌમિતિક હોતા નથી; દા.ત. મોટરનો આકાર. તેનો આકાર કોઈ એક ભૌમિતિક પરિમાણથી વર્ણવી ન શકાય એવો હોય છે.

કુદરતમાં જોવા મળતા સજીવો અને પદાર્થોના આકારો પણ વિવિધ હોય છે; વિવિધ જાતની વનસ્પતિનાં પાંદડાંના આકાર જુદા જુદા હોય છે; જેમ કે વડનું પાંદડું, આસોપાલવનું પાંદડું, આંબાનું પાંદડું વગેરે. સામાન્ય રીતે વનસ્પતિ એનાં પાંદડાના આકારથી જેમ પાંદડાના તેમ ફળ અને શાકના આકારો પણ જુદા જુદા હોય છે. પશુ-પંખી, માછલી, જંતુ વગેરેના આકારો પણ કેવા જુદી જુદી જાતના હોય છે ! કુદરતમાં આકારોની કેટલી બધી વિવિધતા દેખાય છે ! જેમ સજીવ પદાર્થોના તેમ નિર્જીવ પદાર્થોના - ડુંગર, પર્વત, પથ્થર, ખડક વગેરે પણ આગવા આકારો હોય છે છે. બ્રહ્માંડમાં પૃથ્વી, આકાર, ગ્રહો, સૂર્ય વગેરે ગોળાકાર-સ્વરૂપે જોવા મળે છે.

પાણી, દૂધ જેવા પ્રવાહી પદાર્થને પોતાનો કોઈ ચોક્કસ આકાર હોતો નથી. તેને જે પાત્રમાં ભરવામાં આવે તે પાત્રના જેવો તે આકાર ધારણ કરે છે. વળી વાયુને પણ આકાર હોતો નથી.

પાણી, દૂધ જેવા પ્રવાહી પદાર્થને પોતાનો કોઈ ચોક્કસ આકાર હોતો નથી. તેને જે પાત્ર માં ભરવામાં આવે તે પાત્રના આકાર જેવો તે આકાર ધારણ કરે છે. વળી વાયુને પણ આકાર હોતા નથી.

નિશાળે જતાં બાળકો ઘરમાં અને બહાર જે પદાર્થો જુએ તેમાંથી આકારવાળા અને આકાર વગરના તેમ જ દ્વિ-પરિમાણી અને ત્રિ-પરિમાણી પદાર્થો ઓળખવાની રમત રમે છે.

(આકારો : ગોળ, ચોરસ, લંબચોરસ, લંબગોળ, ત્રિકોણ, પંચકોણ, ષટ્કોણ, ગોળો, નળાકાર, પ્રિઝમ)

## એકમો અને એકમ પ્રણાલીઓ

**કોઈ પણ દ્રવ્ય કે ઘટનાનો માપનિર્દેશક શબ્દ કે શબ્દસમૂહ એકમ જે તે ભૌતિક રાશિની ઓળખ આપે છે.**

ખાંડ લેવા બજારમાં કોઈ જાય તે દુકાનદારને એક કહે કે 2(બે) ખાંડ આપો, તો તે વેપારી પ્રશ્ન કરશે કે 2 (બે) શું ? 2 કિલો કે ગ્રામ જેવા એકમ વપરાય છે.

પ્રાચીન ભારતમાં ચણોઠીના છોડનું બીજ નાના વજન માટે વપરાતું. તેના વજનનો એકમ રતી હતો.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | રતી | = 1 ચણોઠીનું બીજ |
| | | = જવના 3 દાણા. |
| | | = રાઈના 54 કાળા દાણા |
| 56 | રતી | = 1 તોલો |
| 5 | તોલા | = 1 છટાંક |
| 16 | છટાંક | = શેર |
| 40 | શેર | = 1 મણ |

આવા એકમો વજન માટે વપરાતા. તેવી જ રીતે માનવીના હાથપગની મદદથી મપાતી. કદ માટે મુઠ્ઠીનું માપ વપરાતું. આ પદ્ધતિમાં ચોકસાઈનું પ્રમાણ ઓછું રહેતું સમય માટે પળ, ઘડી, પ્રહર જેવા એકમો હતા.

અઢારમી સદીના અંત સુધી દુનિયામાં તોલમાપના એકમો અને માપદંડ વ્યવહારમાં ખૂબજ અગવડ-ભરેલા હતા. તેમની વચ્ચે કંઈ સામ્ય ન હતું. વળી તે ભરોસાપાત્ર ન હતા. ઈ.સ. 1795માં ફ્રેન્ચ સરકારે તેમના દેશમાં એકમની 'મેટ્રિક પદ્ધતિ' દાખલ કરી અને ત્યારથી એક સરળ વૈજ્ઞાનિક એકમ પદ્ધતિ સાચા અર્થમાં પ્રારંભ થયો.

આ પદ્ધતિમાં લંબાઈનો એકમ મીટર, પૃથ્વીની એક ધ્રુવરેખાની લંબાઈ પર આધારિત હતો. ઉત્તર ધ્રુવ અને વિષુવવૃત્તની વચ્ચે પૃથ્વીની સપાટી પરના અંતરનો 1 લાખમો ભાગ એટલે 1 મીટર, પ્લેટિનમ ધાતુની એક લાંબી પટ્ટી પર અંકિત કરેલ બે રેખાઓ વચ્ચેનું અંતર તેનો માપદંડ હતો.

એક ડેસીમીટર (= 10 સેન્ટિમીટર) લાંબી બાજુઓવાળા સમઘનના કદને એક લિટર કહેવામાં આવ્યું. 4 સે. તાપમાને 1 લિટર શુદ્ધ પાણીના દ્રવ્યમાને 1 કિલોગ્રામ કહ્યું. પૃથ્વીને પોતાની ધરી પર એક પરિભ્રમણ પૂરું કરવા માટે લાગતા સરેરાશ સમયના 1/86400મા ભાગને 1 સેકંડ કહ્યો. વ્યવહારમાં જ્યારે સેન્ટિમીટર, ગ્રામ, સેકન્ડનો ઉપયોગ થાય ત્યારે તેને સે. ગ્રા. સે (C.G.S.) પદ્ધતિ કહેવામાં આવે છે. મીટર, કિલોગ્રામ, સેકંડનો ઉપયોગ થાય ત્યારે તેને મી. કિગ્રા. સે (M.K.S.) પદ્ધતિ કહેવાય છે. આ પદ્ધતિમાં જુદા જુદા એકમો માટે યોગ્ય નામ તથા માત્રા દર્શાવવા માટે દશાંશપદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીને એકમ પદ્ધતિને ખૂબ જ સરળ બનાવવાનો વૈજ્ઞાનિક- પ્રયત્ન થયેલો છે.

ત્યાર બાદ બે સૈકા દરમિયાન વિજ્ઞાન, ઉદ્યોગ અને વાણિજ્યના ક્ષેત્રે ઘણો વિકાસ થયો. પરિણામે નવા એકમોની જરૂરિયાત ઊભી થઈ. દુનિયાના તમામ દેશોમાં એક સમાન તોલમાપની પદ્ધતિ લાગુ પાડવાના પ્રયત્નને પરિણામે ઈ.સ. 1960માં આંતરરાષ્ટ્રીય એકમો પદ્ધતિ દાખલ થઈ; જેમાં મીટર, કિલોગ્રામ, સેકન્ડના માપદંડ વધારે ચોક્કસ થયા. તે ઉપરાંત વિદ્યુતધારાનો એકમ ઍમ્પિયર ઉમેરાયો. ઉપરાંત વિદ્યુતધારાનો એકમ ઍમ્પિયર ઉમેરાયો.

દ્રવ્યનો માત્રનો એકમ મોલ (mo) છે. જ્યોતિ-તીવ્રતાનો એકમ કૅન્ડેલા (cd) વગેરે પ્રચારમાં છે.

## સંખ્યાલેખન અને સ્થાનકિંમત

ધોરણ પાંચમા અભ્યાસ કરતા બાળકને મૌખિક રીતે બોલીને સંખ્યા લખાવીએ કે 'બે લાખ ચાર હજાર ત્રણસો નવ' તો આવી સંખ્યા લખવામાં ઘણા બાળકો નાની-મોટી ભૂલ કરે છે અને સંખ્યા ખોટી લખે છે. આ જ પ્રમાણે કોઈપણ સંખ્યા ખોટી લખે છે. આ જ પ્રમાણે કોઈપણ સંખ્યા કા.પા. પર લખીને વાચન કરાવીએ જેમ કે 40,00,340 આવી સંખ્યાનું શબ્દમાં વાચન કરવામાં પણ ઘણા વિદ્યારથીઓ ભૂલ કરતા હોય છે. જેમકે ચાર હજાર ત્રણસો ચાળીસ.

વળી શબ્દમાં સંખ્યા લખવા માટે 'એક'થી 'એકસો' સુધીની સંખ્યા સાચી જોડણીથી સંખ્યાલેખનમાં પણ ભૂલ કરે છે એટલું જ નહિ પણ સંખ્યા બોલવામાં પણ ભૂલ કરે છે.

ઉદા. તરીકે 60. આ સંખ્યા 'સાઠ' બોલાય કે વંચાય તેના બદલે મોટાભાગના બાળકો 'સાહીંઠ', 'સાંઈઢ' જેવા શબ્દો બોલીને લખે છે. આવું જ '59'ને શબ્દમાં સંખ્યા લખવામાં ભૂલ કરે છે. 'ઓગણસાઠ'ના બદલે 'ઓગળસાઈઠ' એવું લખે છે તેમજ બોલે છે.

આવી બીજી મોટી ભૂલ 39થી 48 સુધીની શબ્દમાં સંખ્યા બોલવામાં લખવામાં નીચે પ્રમાણેની ભૂલ કરે છે.

| ખોટી જોડણી | સાચી જોડણી |
|---|---|
| 39 - ઓગળચાલી | ઓગણચાળીસ |
| 40 - ચાલી | ચાળીસ |
| 41 - એકતાલી | એકતાળીસ |
| 42 - બેતાલી | બેંતાળીસ |
| 43 - તેંતાલી | તેંતાળીસ |
| 44 - ચુંમાલી | ચુંમાળીસ |
| 45 - પિસ્તાલી | પિસ્તાળીસ |
| 46 - છૈતાલી | છૈતાળીસ |
| 47 - સુડતાલી | સુડતાળીસ |
| 48 - ઉડતાલી | અડતાળીસ |

એટલે પાયામાંથી જ બાળકોને 1થી 100 સુધીની સંખ્યા શબ્દમાં લખવા માટે સાચી જોડણીથી લખતા શીખવીએ તો ચોક્કસ મોટી સંખ્યાઓ સાચી જ લખશે તે પણ કરોડ-અબજ સુધીની સંખ્યાઓ સાચી જોડણીથી શબ્દમાં લખશે.

લાખ સુધીની કે કરોડ સુધીની સંખ્યા લેખનની ભૂલ સુધારવા માટે બાળકોના માનસમાં સ્થાનકિંમતની સંકલ્પનાનું સ્પષ્ટીકરણ થવું જોઈએ.

**સ્થાનકિંમત, સંખ્યાલેખન અને સંખ્યાવાચન સરળ બનાવવાના પગથિયાવાર ઉપાયો-યુક્તિઓ-પ્રયુક્તિઓ**

આપણે 1થી 9 સુધીની સંખ્યા કા.પા. ઉપર લખીએ. પછી કહીએ 9થી નાની સંખ્યા 8. 8થી નાની સંક્યા 7. આમ પૂછતા-પૂછતા 1થી નાની સંખ્યા કઈ ? એમ પૂછતા બાળકો પાસેથી જવાબ મળશે કે '0' 'શૂન્ય' એ 1થી નાની સંખ્યા છે. શૂન્ય એટલે કેટલા ? તેનો જવાબ મળે છે '0' એટલે કશું જ નહિ. છતાં શૂન્ય જ્યારે કોઈપણ સંખ્યાની જમણી બાજુએ બેસે એટલે તેની સાથેની સંખ્યાને દસ ગણી વધારી દે છે. આ જ છે શૂન્યની કમાલ. હવે આપણે આ શૂન્યની કમાલ દ્વારા - સંખ્યાની સ્થાનકિંમત જોઈશું.

આપણે નીચે પ્રમાણે 1થી 10 સુધીની સંખ્યા ઊભી હરોળમાં લખીએ.

| | | ડાબી બાજુએ શૂન્ય લખતાં | જમણી બાજુએ શૂન્ય લખતાં |
|---|---|---|---|
| 1 | | 01 | 10 |
| 2 | આ ઊભી | 02 | 20 |
| 3 | હરોળમાં લખેલી | 03 | 30 |
| 4 | સંખ્યાની | 04 | 40 |
| 5 | ડાબીબાજુએ | 05 | 50 |
| 6 | તેમજ ☛ | 06 | 60 |
| 7 | જમણીબાજુએ | 07 | 70 |
| 8 | એક-અંકના | 08 | 80 |
| 9 | શૂન્ય મૂકીને | 09 | 90 |
| 10 | ફરીથી લખો. | 010 | 100 |

આ રીતે 1થી 10 ઊભી હરોળમાં લખેલ અંકો પૈકી દરેક અંકની ડાબી બાજુએ શૂન્ય મૂકતા જે-તે સંખ્યાની સ્થાનકિંમત તેની તે જ રહે છે જ્યારે આ જ અંકોની જમણી બાજુએ શૂન્ય મૂકતાં જે સંખ્યાની કિંમત દસ ગણી થઈ જાય છે. આ છે શૂન્ય કમાલ.

હવે આપણે 1થી 10 પૈકી જે-તે દરેક અંકની ડાબી બાજુએ તેમજ જમણી બાજુએ બે-બે શું લખતા ડાબી બાજુએ મુકેલી અંકોની સ્થાનકિંમત તેની તે જ રહે છે. જ્યારે જમણી બાજુએ મુકેલા બે શૂન્ય મૂકતા જે-તે સંખ્યા સો ગણી થઈ જાય છે. એટલે જ તો કહેવાયું છે કે એકડા વિનાના મીંડાની કે જ કિંમત નથી.

| ડાબી બાજુએ બે શૂન્ય લખતાં | જમણી બાજુએ બે શૂન્ય લખતાં |
|---|---|
| 001 | 100 |
| 002 | 200 |
| 003 | 300 |
| 004 | 400 |
| 005 | 500 |
| 006 | 600 |
| 007 | 700 |
| 008 | 800 |
| 009 | 900 |
| 0010 | 1000 |

આ પરથી એ સ્પષ્ટ થાય છે કે 1થી 10ની ક્રમિક સંખ્યાઓ પૈકી દરેક સંખ્યા-અંકની ડાબી બાજુએ ગમે તેટલા શૂન્ય મુકીએ તો પણ જે-તે અંકની સ્થાનકિંમત તેની તે જ રહે છે.

જ્યારે આ જ એકથી દસ અંકોની જમણી બાજુએ શૂન્ય લખવાથી જે-તે અંકની સ્થાનકિંમત દસ ગણી વધતી જાય છે.

ઉદાહરણ ફરીથી જોઈએ તો,

1 અંકની જમણી બાજુએ એક શૂન્ય લખતા 10 (દસ) થાય છે.

1 અંકની જમણી બાજુએ બે શૂન્ય લખતા 100 (સો) થાય છે.

1 અંકની જમણી બાજુએ ત્રણ શૂન્ય લખતા 1000 (હજાર) થાય છે.

આ પ્રમાણે એક-એક સ્થાન વધતા સંખ્યા દસ ગણી વધે છે માટે જ મોટી સંખ્યાઓનો બાદબાકી કરતી વખતે દસકો લેવામાં આવે છે.

## સંખ્યાઓ

- 1, 2, 3, 4, 5, 6,....... આમ અનંત સંખ્યાઓ છે પણ સંખ્યાની ઓળખ જુદી જુદી છે.
- જેમકે,
- પ્રાકૃતિક (કુદરતી) સંખ્યા : 1, 2, 3, 4, 5....
- પૂર્ણસંખ્યા : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 .....
- એકી સંખ્યાઓ : 1, 3, 5, 7, 9 ...
- બેકી સંખ્યાઓ : 2, 4, 6, 8, 10 ...
- અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ : 2, 3, 5, 7 ...
- વિભાજ્ય સંખ્યાઓ : 4, 6, 8, 10, 12 ...
- વિશિષ્ટ સંખ્યા : 1
- તટસ્થ સંખ્યાઓ : 0 અને 1
- મૂળ સંખ્યા
- સંયુક્ત સંખ્યા
- મૂળ સંખ્યા એટલે અવિભાજ્ય સંખ્યા
- સંયુક્ત સંખ્યા એટલે વિભાજ્ય સંખ્યા)
- સમ સંખ્યા
- વિષમ સંખ્યા
- સમ સંખ્યા એટલે બેકી સંખ્યા
- વિષમ સંખ્યા એટલે એકી સંખ્યા
- આ ઉપરાંત હવે પછી ધનપૂર્ણાક સંખ્યાઓ, ઋણ પૂર્ણાક સંખ્યાઓ, સંમેય સંખ્યાઓ, અસંમેય સંખ્યાઓ વિશે શીખીશું.

**'૦' (શૂન્ય) સંખ્યા વિશે કેટલુંક જાણીએ :**

- '0' શૂન્ય એટલે કાંઈ જ નહીં.
- '0' શૂન્ય એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા નથી,
- '0' શૂન્ય એ '1' એકથી તરતની નાની સંખ્યા છે.
- '0' શૂન્ય એ '–1' (ઋણ એક)થી તરતની મોટી સંખ્યા છે.
- '0' શૂન્ય એ પૂર્ણ સંખ્યા છે.
- '0' શૂન્ય એ સરવાળામાં તટસ્થ સંખ્યા છે.
- '0' શૂન્ય એ ગુણાકારની તટસ્થ સંખ્યા નથી.
- '0' શૂન્ય એ અર્પૂણ સંખ્યા નથી.
- '0' શૂન્ય એ બેકી સંખ્યા છે.
- '0' શૂન્ય એ એકી સંખ્યા નથી.
- '0' શૂન્ય એ ધન પૂર્ણાક નથી.
- '0' શૂન્ય એ ઋણ પૂર્ણાક નથી.

**'૧' (એક) સંખ્યા વિશે કેટલુંક જાણીએ :**

- '1' એ વિભાજ્ય સંખ્યા નથી.
- '1' એ અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી.
- '1' એ પૂર્ણ સંખ્યા નથી.
- '1' એ અપૂર્ણાક સંખ્યા નથી.
- '1' એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.
- '1' એ વિશિષ્ટ સંખ્યા છે.
- '1' એ ગુણાકારમાં તટસ્થ સંખ્યા છે.
- '1' એ સરવાળામાં તટસ્થ સંખ્યા નથી.
- '1' એ 2ની તરતની નાની સંખ્યા છે.
- '1' એ શૂન્યથી તરતની મોટી સંખ્યા છે.
- '1' એ બેકી સંખ્યા નથી.
- '1' એ એકી સંખ્યા છે.
- '1' એ તમામ સંખ્યાઓનો અવયવ છે.
- '1' એ નાનામાં નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.

## 1 થી 100 સુધીની તમામ સંખ્યાઓના અવિભાજ્ય અવયવો શોધવાની સરળ રીત

1. 1થી 100 સુધીમાં માત્ર એક જ અવિભાજ્ય અવયવ મળતો હોય તેવી 25 સંખ્યાઓ છે. જે અગાઉના પ્રકરણમાં અવિભાજ્ય સંખ્યા શોધવાની સરળ રીતમાં શીખી ગયા છીએ. જે આ પ્રમાણે છે :
   2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,
   43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 83, 89, 97

2. 1થી 100 સુધીમાં 34 સંખ્યાઓ એવી છે જેના માત્ર બે જ અવિભાજ્ય અવયવો છે. આ 34 સંખ્યાઓ કઈ છે તેની ગોખ્યા વિના સરળતાથી યાદ રહી જાય તેવી સરળ પદ્ધતિ જોઈએ.

આ માટે સૌ પ્રથમ નીચે પ્રમાણે પંદર વખત '2' સંખ્યા લખવી. આ તમામ સંખ્યાને 1થી 50 સુધીની ક્રમિક અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ વડે ગુણાકાર કરો.

2ની 15 સંખ્યાઓ

| | | |
|---|---|---|
| 2 × 2 = 4 | 2 × 13 = 26 | 2 × 31 = 62 |
| 2 × 3 = 6 | 2 × 17 = 34 | 2 × 37 = 74 |
| 2 × 5 = 10 | 2 × 19 = 38 | 2 × 41 = 82 |
| 2 × 7 = 14 | 2 × 23 = 46 | 2 × 43 = 86 |
| 2 × 11 = 22 | 2 × 29 = 58 | 2 × 47 = 94 |

હવે, 3 સંખ્યા દસ વખત લખો. આ તમામ સંખ્યાને '3'થી શરૂ કરી ક્રમિક અવિભાજ્ય સંખ્યા વડે ગુણો.

3ની 10 સંખ્યાઓ

| | |
|---|---|
| 3 × 3 = 9 | 3 × 17 = 51 |
| 3 × 5 = 15 | 3 × 19 = 57 |
| 3 × 7 = 21 | 3 × 23 = 69 |
| 3 × 11 = 33 | 3 × 29 = 87 |
| 3 × 13 = 39 | 3 × 31 = 93 |

હવે, 5 સંખ્યાને છ વખત લખો. આ તમામ સંખ્યાને '3'થી શરૂ કરી ક્રમિક અવિભાજ્ય સંખ્યા વડે ગુણો.

5ની 6 સંખ્યાઓ

| | | |
|---|---|---|
| 5 × 5 = 25 | 5 × 11 = 55 | 5 × 17 = 85 |
| 5 × 7 = 35 | 5 × 13 = 65 | 5 × 19 = 95 |

હવે, 7 સંખ્યાને ત્રણ વખત લખો. આ તમામ સંખ્યાને '7'થી શરૂ કરીને ક્રમિક અવિભાજ્ય સંખ્યા વડે ગુણો.

7ની 3 સંખ્યાઓ

| | | |
|---|---|---|
| 7 × 7 = 49 | 7 × 11 = 77 | 7 × 13 = 91 |

3. 1થી 100 સુધીમાં 22 સંખ્યાઓ એવી છે કે જેના ત્રણ જ અવિભાજ્ય અવયવો છે. આ સંખ્યાઓ કઈ તે જોઈએ :

| | | |
|---|---|---|
| 2 × 2 × 2 = 8 | 2 × 3 × 3 = 18 | 3 × 3 × 3 = 27 |
| 2 × 2 × 3 = 12 | 2 × 3 × 5 = 30 | 3 × 3 × 5 = 45 |
| 2 × 2 × 5 = 20 | 2 × 3 × 7 = 42 | 3 × 3 × 7 = 63 |
| 2 × 2 × 7 = 28 | 2 × 3 × 11 = 66 | 3 × 3 × 11 = 99 |
| 2 × 2 × 11 = 44 | 2 × 3 × 13 = 78 | 3 × 5 × 5 = 75 |
| 2 × 2 × 13 = 52 | 2 × 5 × 5 = 50 | |
| 2 × 2 × 17 = 68 | 2 × 5 × 7 = 70 | |
| 2 × 2 × 19 = 76 | 2 × 7 × 7 = 98 | |
| 2 × 2 × 23 = 92 | | |

4. 1થી 100 સુધીમાં 12 સંખ્યાઓ એવી છે કે જેના ચાર જ અવિભાજ્ય અવયવો છે. આ સંખ્યાઓ કઈ તે જોઈએ :

| | | |
|---|---|---|
| $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ | $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ | $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$ |
| $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$ | $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ | $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ |
| $2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$ | $2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$ | $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ |
| $2 \times 2 \times 2 \times 7 = 56$ | $2 \times 2 \times 5 \times 5 = 100$ | |
| $2 \times 2 \times 2 \times 11 = 88$ | | |

5. 1થી 100 સુધીમાં 4 સંખ્યાઓ એવી છે કે જેના પાંચ જ અવિભાજ્ય અવયવો છે. આ સંખ્યાઓ કઈ તે જોઈએ :

| | |
|---|---|
| $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ | $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ |
| $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$ | $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80$ |

6. 1થી 100 સુધીમાં 2 સંખ્યાઓ એવી છે કે જેના છ જ અવિભાજ્ય અવયવો છે. આ સંખ્યાઓ કઈ તે જોઈએ :

| | |
|---|---|
| $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$ | $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 96$ |

→ 1થી 100 સુધીની સંખ્યાઓમાં માત્ર ચાર જ અવિભાજ્ય અવયવો હોય તેવી કુલ 12 સંખ્યાઓ છે જે આ પ્રમાણે છે : આ પૈકી 11 બેકી સંખ્યાઓ છે અને 1 એકી સંખ્યા છે.

16, 24, 36, 40, 54, 56, 80, 81, 88, 84, 90, 100

→ 1થી 100 સુધીની સંખ્યાઓમાં માત્ર પાંચ જ અવિભાજ્ય અવયવો હોય તેવી કુલ 4 સંખ્યાઓ છે જે આ પ્રમાણે છે : આ તમામ બેકી સંખ્યાઓ છે.

32, 48, 72, 80

→ 1થી 100 સુધીની સંખ્યાઓમાં માત્ર છ જ અવિભાજ્ય અવયવો હોય તેવી કુલ 2 સંખ્યાઓ છે. આ બંને બેકી સંખ્યાો છે.

64, 96

## તારણ

ઉપર્યુક્ત યુક્તિ-પ્રયુક્તિથી આપણે અવશ્ય જાણ્યું કે અવિભાજ્ય અવયવો ગોખવાના નથી પણ યાદ રાખવાના છે. 1થી 100 સુધીની તમામ સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો શોધતી વખતે 25 અવિભાજ્ય અવયવોની જરૂર પડે જ છે. આ યુક્તિ-પ્રયુક્તિ બાદ નીચે પ્રમાણે તારણ કાઢી શકીએ. આ તારણ યાદ રહે તો ઝડપથી યાદ રહી શકે.

| તારણ 1 | | | તારણ 2 | |
|---|---|---|---|---|
| એક જ અવિભાજ્ય અવયવોવાળી સંખ્યાઓ | - 25 | → | 25 પૈકીની બેકી સંખ્યાઓ | - 01 |
| | | | 25 પૈકીની એકી સંખ્યાઓ | - 24 |
| બે અવિભાજ્ય અવયવોવાળી સંખ્યાઓ | - 34 | → | 34 પૈકીની બેકી સંખ્યાઓ | - 15 |
| | | | 34 પૈકીની એકી સંખ્યાઓ | - 19 |
| ત્રણ અવિભાજ્ય અવયવોવાળી સંખ્યાઓ | - 22 | → | 22 પૈકીની બેકી સંખ્યાઓ | - 17 |
| | | | 34 પૈકીની એકી સંખ્યાઓ | - 05 |
| ચાર અવિભાજ્ય | | → | 12 પૈકીની બેકી સંખ્યાઓ | - 11 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| અવયવોવાળી સંખ્યાઓ | - 12 | | 34 પૈકીની એકી સંખ્યાઓ | - 01 |
| પાંચ અવિભાજ્ય અવયવોવાળી સંખ્યાઓ | - 04 | → | તમામ સંખ્યાઓ બેકી જ છે. | - 04 |
| છ અવિભાજ્ય અવયવોવાળી સંખ્યાઓ | - 02 | → | બંને સંખ્યાઓ બેકી જ છે. | - 02 |
| વિશિષ્ટ સંખ્યા | - 01 | → | | 01 |
| કુલ સંખ્યાઓ | - 100 | → | | 100 |

## કોઈપણ સંખ્યાને '૯' વડે ગુણો આ ગુણાકારના તમામ અંકોનો સરવાળો અથવા સરવાળાનો સરવાળો - '૯' જ આવે.

બાળમિત્રો, તમોને બે, ત્રણ, ચાર, પાંચ કે છ અથવા તેથી વધારે અંકોનો એક એક વડે ગુણાકાર ઝડપથી આવડે છે ખરું ને !

બાળમિત્રો આ '9' અંકનો જાદુ છે. જે સંખ્યા '9' સાથે ગુણીએ તેના ગુણાકાર (જવાબ)ના તમામ અંકોનો સરવાળો અથવા સરવાળાનો સરવાળો '9' જ થાય. પછી સંખ્યા ગમે તેટલા અંકોની મોટી હોય તો પણ જવાબ '9' જ આવે છે. આ છે ગણિતમાં '9' અંકનો જાદુ.

તો હવે તમે તમારી મનપસંદ સંખ્યા લખો. આ સંખ્યા ગમે તેટલા અંકોની લખો. આ લખેલી પસંદ કરેલ સંખ્યાને '9' અંક વડે ગુણો.

આ સંખ્યાના ગુણાકાર (જવાબ)ના તમામ અંકોનો સરવાળો કરો. તો આ સરવાળો '9' જ આવે.

જો ગુણાકાર (જવાબ)ના તમામ અંકોનો સરવાળો બે કે ત્રણ અંકોમાં આવે તો તે અંકોનો સરવાળો ફરીથી કરો તો '9' (નવ) જ જવાબ આવશે.

જેમકે, ધારો કે કોઈ સંખ્યાને જવાબ 49995 આવ્યો, તો 4 + 9 + 9 + 9 + 5 = 36 થાય.

હવે 36ના અંકોનો સરવાળો કરીએ તો 3 + 6 = 9

અહીં થોડાક નમૂનાના દાખલા ઉદાહરણ રૂપે આપવામાં આવ્યા છે. તે જોવાથી વધારે સ્પષ્ટીકરણ થશે અને '9'ના ગુણાકારનો ગાણિતિક જાદુ ઝડપથી સમજી શકશો.

**ઉદા. 1**

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times\ 9 \\ \hline 36 \end{array}$$

જવાબ : $\boxed{3 + 6 = 9}$

ગુણાકાર અંકોનો સરવાળો

**ઉદા. 2**

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times\ 9 \\ \hline 648 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} 6 + 4 + 8 = 18 \\ 1 + 8 = 9 \end{array}}$$

જવાબ ગુણાકારના અંકોનો સરવાળાનો સરવાળો

**ઉદા. 3**

$$\begin{array}{r} 428 \\ \times\ 9 \\ \hline 3852 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} 3 + 8 + 5 + 2 = 18 \\ 1 + 8 = 9 \end{array}}$$

જવાબ ગુણાકારના અંકોના સરવાળાનો સરવાળો

**ઉદા. 4**

$$\begin{array}{rl} {\scriptstyle ૪૪૪} & \leftarrow \text{વદી} \\ 5555 & \\ \times\ 9 & \\ \hline 49995 & \end{array}$$

**ઉદા. 5**

$$\begin{array}{rl} {\scriptstyle ૪૫૬૬} & \leftarrow \text{વદી} \\ 34567 & \\ \times\ 9 & \\ \hline 311103 & \end{array}$$

ગુણાકાર જવાબના અંકોનો સરવાળાનો સરવાળો

| |
|---|
| 4 + 9 + 9 + 9 + 5 = 36 |
| 3 + 6 = 9 |

ગુણાકાર જવાબના અંકોનો સરવાળો

| |
|---|
| 3 + 1 + 1 + 1 + 0 + 3 = 9 |

**ઉદા. 6** ૮૮૮૮૭ ← વદ્દી

$$\begin{array}{r} 989898 \\ \times\ 9 \\ \hline 8909082 \end{array}$$

જવાબ અંકોનો સરવાળો.

| |
|---|
| 3 + 6 + 0 + 0 + 0 + 0 = 9 |

**ઉદા. 7** ૭ ← વદ્દી

$$\begin{array}{r} 4080 \\ \times\ 9 \\ \hline 36720 \end{array}$$

જવાબના અંકોનો સરવાળો.

| |
|---|
| 4 + 5 + 0 + 0 + 6 + 3 = 18 |
| 1 + 8 = 9 |

જોયુંને બાળમિત્રો, જવાબ '9' જ આવે છે. તો હવે તમે તમારી મનપસંદ કોઈપણ સંખ્યા લખો. આ સંખ્યાને '9' વડે ગુણો. મઝા પડે છે ખરું ને !

## તમામ અંકો '9' હોય તેવી કોઈપણ સંખ્યાનો એક સંખ્યા વડે સરળ અને ઝડપી ગુણાકાર શીખો

**('૯'ના અંકનો જાદુ)**

બાળમિત્રો, તમારા પાસે કેલ્ક્યુલેટર - ગણનયંત્ર નથી અને એવી સંખ્યા લખો કે જેના તમામ અંકો '9' (નવ) હોય. જેમકે, '9', '99', '999', '9999', '99999', '999999',... વગેરે.

આ સંખ્યાઓને તમે મનપસંદ કોઈપણ એક અંક વડે ગુણો ('0' સિવાય). તો આ ગુણાકાર ઝડપથી કરી શકશો.

આ માટે તમારે - '9'ની જેટલા અંકોની સંખ્યા લખી હોય તેના એકમના અંકને તમે કોઈપણ એક એક વડે ગુણો. તે અંકને છૂટા પાડો વચ્ચે બાકીના તમામ '9' લખી નાખો. એટલે જવાબ સરળ રીતે અને ઝડપથી ચોક્કસ જવાબ મળી રહેશે.

ઉદા. 1

$$\begin{array}{r} 99\underline{9} \\ \times\ 7 \\ \hline \underline{6}99\underline{3} \end{array}$$

- 9ને 7 વડે ગુણો.
- 9 × 7 = 63 થશે.
- આ 63નો એકમનો અંક એકમમાં અને વચ્ચે બાકી વધેલા બે '9' મૂકી ડાબી બાજુએ 6 અંક મૂકી દો. એટલે
- 999 × 7 = 6993 જવાબ મળી જશે.

ઉદા. 2

$$\begin{array}{r} 999999\underline{9} \\ \times\ \underline{4} \\ \hline \underline{3}999999\underline{6} \end{array}$$

- 9 × 4 = 36 થાય.
- 36ના એકમનો અંક એકમમાં મૂકી દો.
- મૂળના સંખ્યાના એકમના '9' સિવાય બાકીના 9 જેમના તેમ લખી દો.
- પછી સૌથી આગળ ડાબી બાજુએ 36 પૈકીના '3' મૂકી દો. એટલે જવાબ 39999996 મળી રહેશે.

ઉદા. 3

$$\begin{array}{r} 999\underline{9} \\ \times\ \underline{8} \\ \hline \underline{7}9992\underline{2} \end{array}$$

ઉદા. 4

$$\begin{array}{r} 99999\underline{9} \\ \times\ \underline{6} \\ \hline \underline{5}99999\underline{4} \end{array}$$

ઉદા. 5

$$\begin{array}{r} 99999\underline{9} \\ \times\ \underline{9} \\ \hline \underline{8}99999\underline{1} \end{array}$$

મઝા પડે છે ને – આવા ગુણાકાર કરવામાં તો કોઈ પણ ‘9’ અંકવાળી સંખ્યા લખો અને એક અંકે વડે ગુણો અને ઝડપથી સાચો જવાબ મેળવો.

કોઈપણ સંખ્યાને ‘9’ વડે ગુણો. આ ગુણાકારના તમામ અંકોનો સરવાળો અથવા સરવાળાનો સરવાળો ‘9’ જ આવે.

બાળમિત્રો, આંકના ઘડિયા જોયા. તમને ત્રણ, ચાર કે પાંચ અથવા તેથી વધારે અંકોને એક અંક ‘9’ સાથે ગુણાકાર ઝડપી આવડે છે ખરું ને !

તો હવે તમે તમારી મનપસંદ - એક, બે, ત્રણ, ચાર કે પાંચ અંકોની સંખ્યા લખો. આ સંખ્યાને ‘9’ વડે ગુણો.

- આ ગુણાકાર-જવાબના તમામ અંકોનો સરવાળો કરો. આસરવાળો ‘9’ (નવ) જ આવશે.

- આ સરવાળો જો બે કે ત્રણ અંકોમાં આવે તો ફરીથી તે અંકોનો સરવાળો કરો. આ સરવાળો ‘9’ (નવ) જ આવશે.

અહીં થોડાક નમૂનાના દાખલા આપ્યા છે. બાકી તમે જાતે સંખ્યા લખી ગુણાકાર કરી જુઓ.

ઉદા. 1

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times\ 6 \\ \hline 36 \end{array}$$

$3 + 6 = 9$

ઉદા. 2

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times\ 9 \\ \hline 648 \end{array}$$

$6 + 4 + 8 = 18$

$1 + 8 = 9$

ઉદા. 3

$$\begin{array}{r} 428 \\ \times\ 9 \\ \hline 3852 \end{array}$$

$3 + 8 + 5 + 2 = 18$

$1 + 8 = 9$

ઉદા. 4

$$\begin{array}{r} 5555 \\ \hline \times\ 9 \\ 49995 \end{array}$$

$4 + 9 + 9 + 9 + 5 = 36$

ઉદા. 5

$$\begin{array}{r} 34567 \\ \hline \times\ 9 \\ 311103 \end{array}$$

$3 + 1 + 1 + 1 +$
$0 + 3 = 9$

ઉદા. 6

$$\begin{array}{r} 989898 \\ \hline \times\ 9 \\ 8909082 \end{array}$$

$8 + 9 + 0 + 9 +$
$0 + 8 + 2 = 36$

$3 + 6 = 9$

બસ આ પ્રમાણે મનપસંદ સંખ્યા ધારો કે લખો તેને ‘9’ વડે ગુણો. જવાબના અંકોનો સરવાળો અથવા સરવાળાનો સરવાળો કરો. મજા પડશે.

# અપૂર્ણાંક અને ચિત્રાત્મક પદ્ધતિ

**અપૂર્ણાંક એટલે શું ?**

અપૂર્ણાંકને ભાષાની દૃષ્ટિએ સમજીએ તો અપૂર્ણાંક = અપૂર્ણ + અંક.

ગણિતનો જે અંક પૂરી સંખ્યા નહોય - અધૂરી સંખ્યા હોય તેને અપૂર્ણાંક રીતે લખાય છે.

સામાન્ય રીતે '0'થી મોટી સંખ્યા '1'થી નાની સંખ્યાઓ હોય છે નીચે અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓના ઉદાહરણ છે તે જુઓ.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{11}, \frac{18}{25}, \frac{27}{99}, \frac{282}{1000}, \frac{3040}{9999}, \frac{27}{358}$$

'0' અને '1' વચ્ચે આવા અસંખ્ય અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ મળે છે. ઉપરની તમામ સંખ્યાઓ '0' અને '1' વચ્ચેની સંખ્યાઓ છે.

સંખ્યા રેખાની દૃષ્ટિએ વિચારીએ તો '0' અને '1' વચ્ચે આવતી સંખ્યાઓ છે.

નીચે આપેલ અપૂર્ણાંક છે ? વિચારો અને જવાબ શોધો.

$$\frac{45}{13}, \frac{10}{3}, \frac{8}{8}, \frac{27}{27}, \frac{359}{256}, \frac{5325}{1000}, \frac{4204}{234}, \frac{12}{12}, \frac{235}{200}, \frac{78}{78}, \frac{4}{4}, \frac{30}{25}, \frac{219}{218}, \frac{270}{100}, \frac{525}{525}$$

ઉપરોક્ત અપૂર્ણાંકોમાં (1) $\frac{8}{8}$ (2) $\frac{27}{27}$ (3) $\frac{12}{12}$ (4) $\frac{78}{78}$ (5) $\frac{4}{4}$ અને (6) $\frac{525}{525}$ એ અપૂર્ણાંક નથી પણ અપૂર્ણાંક સ્વરૂપે પૂર્ણ સંખ્યાઓ છે. આ તમામ '1'ની અભિવ્યક્તિ છે.

હવે આપણે જાણીએ છીએ કે અંશની સંખ્યા છેદની સંખ્યા કરતા મોટી સંખ્યા હોય. અથવા અંશ અને છેદની સમાન સંખ્યાઓ હોય ત્યારે અંશને છેદ વડે ભાગી શકાય છે.

ઉપરની (1)થી (6) સંખ્યાઓ આ તમામના અંશને છેદ વડે ભાગવાથી તમામનો જવાબ '1' (એક) જ હોય છે. આ પ્રમાણે જોતાં ઉપરની (1)થી (6) સંખ્યાઓના અંશ અને છેદ સરખા છે તેથી તમામનો જવાબ '1' આવે છે.

જેમ કે : $8 \div 8 = 525 \div 525 = 1$

હવે બાકીની સંખ્યાઓ :

(1) $\frac{45}{13}$ (2) $\frac{10}{3}$ (3) $\frac{359}{256}$ (4) $\frac{5325}{1000}$ (5) $\frac{4204}{234}$ (6) $\frac{235}{200}$ (7) $\frac{30}{25}$ (8) $\frac{219}{218}$ (9) $\frac{270}{100}$

આ તમામ સંખ્યાઓ અપૂર્ણાંકો છે પણ શુદ્ધ અપૂર્ણાંકો નથી પણ અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકો છે.

કારણ કે ઉપરના તમામ અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકોમાં '1'થી મોટી પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ ભળેલી છે. માટે આ અપૂર્ણાંકો અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકો છે.

અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક = પૂર્ણાંક + શુદ્ધ અપૂર્ણાંક

આ રીતે અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક એ પૂર્ણાંક અને શુદ્ધ અપૂર્ણાંકનું મિશ્રણ છે.

એટલે કે અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક એ મિશ્ર સંખ્યાનું અપૂર્ણાંક સ્વરૂપ છે.

હવે આપણે ઉપરના અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકોને મિશ્ર સંખ્યામાં ફેરવીને સ્પષ્ટ રીતે સમજીએ.

(1) $\frac{45}{13}=3\frac{6}{13}$ એટલે કે $3+\frac{6}{13}$ જેમાં 3 પૂર્ણાંક છે અને $\frac{6}{13}$ શુદ્ધ અપૂર્ણાંક છે.

(2) $\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$ એટલે કે $3+\frac{1}{3}$

(3) $\frac{359}{256}=1\frac{103}{256}$ એટલે કે $1+\frac{103}{256}$

(4) $\frac{5325}{1000}=5\frac{325}{1000}$ એટલે કે $5+\frac{325}{1000}$

(5) $\frac{4204}{234}=17\frac{224}{234}$ એટલે કે $17+\frac{224}{234}$

(6) $\frac{235}{200}=1\frac{35}{200}$ એટલે કે $1+\frac{5}{25}$

(7) $\frac{30}{25}=1\frac{1}{218}$ એટલે કે $1+\frac{1}{218}$

(8) $\frac{219}{218}=1\frac{1}{218}$ એટલે કે $1+\frac{1}{218}$

(9) $\frac{270}{100}=2\frac{70}{100}$ એટલે કે $2+\frac{70}{100}$

હવે નીચેની સંખ્યાઓ શું કહેશો ?

અંશ સાથે છેદનો ભાગાકાર કરીને સમજો. વિચારો અને જવાબ મેળવો.

$$\frac{45}{9},\frac{200}{8},\frac{5000}{1000},\frac{270}{10},\frac{65}{13},\frac{144}{12},\frac{2808}{12},\frac{360}{8},\frac{14656}{458}$$

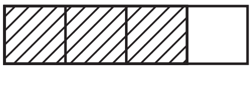
## ચિત્રાત્મક રીતે અપૂર્ણાંક શીખીએ

નીચે કેટલાક શુદ્ધ અપૂર્ણાંકો આપેલા છે. તેને હવે ચિત્રાત્મક રીતે સમજીએ. અપૂર્ણાંકના બે અંગો છે : (1) અંશ અને (2) છેદ. રેખાખંડની ઉપરની સંખ્યાને અંશ કહીએ છીએ અને નીચેની સંખ્યાને છેદ કહીએ છીએ.

ઉદાહરણ : $\frac{5}{9}$ માં 5 એ અંશ છે અને 9 એ છેદ છે.

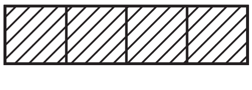
આમ, જે અપૂર્ણાંકનો અંશ તેના છેદ કરતાં મોટી સંખ્યા હોય તો તે શુદ્ધ અપૂર્ણાંક કહેવાય છે.

$$\frac{3}{4},\frac{2}{5},\frac{4}{15},\frac{7}{11}$$

(1) $\frac{3}{4}=$ 

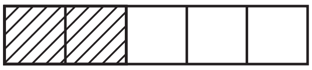
$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{4}$

$1=$ 

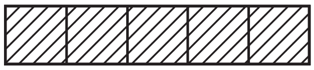
$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{4}{4}=1$

(2) $\frac{2}{5}=$ 

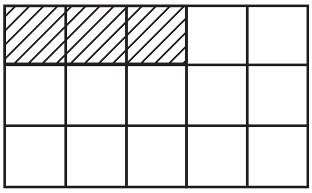
$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$

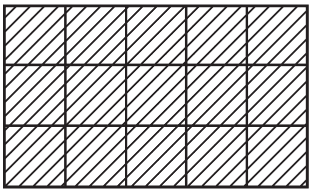
$=\frac{2}{5}$

$1=$ 

$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$

$=\frac{5}{5}=1$

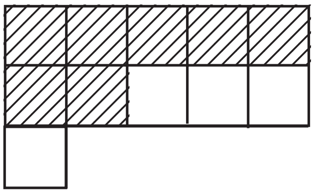
(૩) $\frac{4}{15} =$ 

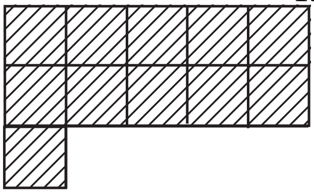
1 = 

$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{15}$

$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

આમ, પંદર વખત તેથી $\frac{15}{15} = 1$

(4) $\frac{7}{11} =$ 

1 = 

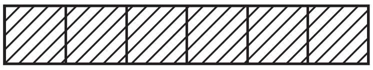
$\frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$

આમ, અગિયાર વખત તેથી $\frac{11}{11} = 1$

હવે અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકને આપણે ચિત્રાત્મક રીતે સમજીએ.

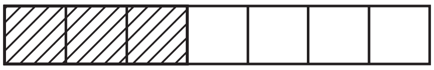
$\frac{10}{7}, \frac{15}{4}, \frac{28}{10}, \frac{35}{8}, \frac{29}{6}$

$\frac{10}{7}$ ને ચિત્રાત્મક રીતે સમજવા માટે આ અપૂર્ણાંકના છેદમાં 7 સંખ્યા છે તેથી પ્રથમ (7) ખાના બનાવીએ.

$\frac{10}{7} =$  $= 1$

$\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{7}{7} = 1$

$\frac{1}{7}$ ના એવા 7 ભાગ જ મળ્યા ત્રણ (૩) ભાગ બાકી છે તેથી બીજા સાત ખાના બનાવીએ.



$\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$

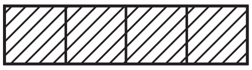
$= \frac{3}{7}$ આ પ્રમાણે પ્રથમ $\frac{1}{7}$ સાત વખત લેતાં

$\frac{7}{7}+\frac{3}{7}=\frac{7+3}{10}=\frac{10}{7}$ થાય છે.

$\frac{7}{7}=1$ તેથી $1+\frac{3}{7}=1\frac{3}{7}=\frac{10}{7}$ થાય છે.

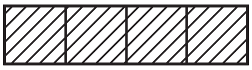
એટલે કે $\frac{10}{7}$ માં 1 પૂર્ણાંક અને $\frac{3}{7}$ શુદ્ધ અપૂર્ણાંક છે.

(2) $\frac{15}{4}$ ને ચિત્રાત્મક રીતે સમજવા માટે આ અપૂર્ણાંકના છેદમાં 4 છે તેથી 4 ખાના બનાવીએ.

$\frac{15}{4}=$ 

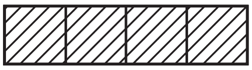
$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{4}{4}=1$



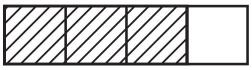
$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{4}{4}=1$



$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{4}{4}=1$



$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{4}$

આ રીતે, $\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{4+4+4+3}{4}=\frac{15}{4}$ થાય.

$1+1+1+=3+\frac{3}{4}=3\frac{3}{4}=\frac{15}{4}$ થાય.

એટલે કે $\frac{15}{4}$ માં 3 પૂર્ણાંક અને $\frac{3}{4}$ શુદ્ધ અપૂર્ણાંક છે. આમ $3\frac{3}{4}$ મિશ્ર સંખ્યા બને છે.

બાકીને ત્રણ અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકો $\frac{28}{10},\frac{35}{8}$ અને $\frac{29}{6}$ ને ઉપર પ્રમાણે ખાનાવાળો ચિત્રો બનાવીને સમજો. અને મિશ્ર સંખ્યા બનાવો. ખાના બનાવવાથી જે તે અપૂર્ણાંકમાં કેટલા પૂર્ણાંકો સમાયેલા છે તે ખબર પડી જશે.

## સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોના ચિત્રાત્મક સરવાળા-બાદબાકી

છેદની દૃષ્ટિએ વિચારીએ તો અપૂર્ણાંક બે પ્રકારના છે :

(1) સમચ્છેદી અપૂર્ણાંક,

(2) વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક

જે અપૂર્ણાંકના છેદ એકસરખા હોય અને અંશ જુદી-જુદી સંખ્યા હોય તેવા અપૂર્ણાંકને સમચ્છેદી અપૂર્ણાંક કહે છે.

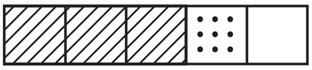
જેમ કે : $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}$ વગેરે.

જે અપૂર્ણાંકના છેદ એકસરખા ન હોય તેવા અપૂર્ણાંકને વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક કહે છે.

જેમ કે : $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{6}{7}, \frac{4}{9}$ વગેરે.

સૌ પ્રથમ આપણે સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકના સરવાળા શીખીએ.

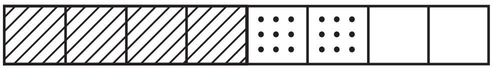
ઉદાહરણ 1 : $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ છેદમાં 5 છે તેથી પાંચ ખાના બનાવીએ.



$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$= \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$ જવાબ

ઉદાહરણ 2 : $\frac{4}{9} + \frac{2}{9}$ છેદમાં 9 છે તેથી નવ ખાના બનાવીએ.

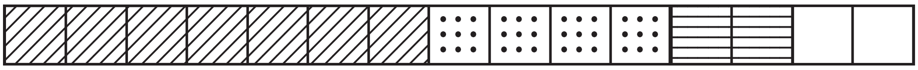


$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{6}{9}$

$= \frac{4}{9} \qquad = \frac{2}{9}$

$= \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4+2}{9} = \frac{6}{9}$

ઉદાહરણ 3 : $\frac{7}{15} + \frac{4}{15} + \frac{2}{15}$



$\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+=\frac{13}{15}$

$=\dfrac{7}{15}$ $\quad =\dfrac{4}{15}$ $\quad =\dfrac{2}{15}$

$=\dfrac{7}{15}+\dfrac{4}{15}+\dfrac{2}{15}=\dfrac{7+4+2}{15}=\dfrac{13}{15}$ જવાબ

આ અપૂર્ણાંકના ચિત્રાત્મક સરવાળા પરથી તારણ આ પ્રમાણે મળે છે.

સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકના સરવાળાં કરતી વખતે ફક્ત અંશમાં આપેલી સંખ્યાઓના સરવાળા કરવાના હોય. .....માં જે સંખ્યા હોય તેની તેજ મુકવામાં આવી છે.

જેમ કે : $\dfrac{3}{11}+\dfrac{2}{11}+\dfrac{5}{11}=\dfrac{3+2+5}{11}=\dfrac{10}{11}$ જવાબ આવે.

આજ પ્રમાણે બાદબાકી પણ થાય છે. બાદબાકીમાં પણ અંશની બાદબાકી થાય છે.

જેમ કે $\dfrac{8}{15}-\dfrac{3}{15}=\dfrac{8-3}{15}=\dfrac{5}{15}$ જવાબ આવે. $=\dfrac{1}{5}$

## વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોના ચિત્રાત્મક સરવાળા-બાદબાકી

વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક-સરવાળા :

ઉદાહરણ : (1) $\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{3}$

ઉપરોક્ત અપૂર્ણાંકમાં છેદ એકસરખા નથી. આથી તેને વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક કહે છે. ઉપરોક્ત વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક કહે છે. ઉપરોક્ત વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાકના સરવાળા કરવાના હોય તો તેના છેદ સરખા મેળવવા જોઈએ. એટલે કે બંનેને સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકમાં રૂપાંતર કરીને પછી જ સરવાળા કરી શકીએ.

સમચ્છેદી અપૂર્ણાંક બે રીતે થઈ શકે છે.

(1) છેદની સંખ્યાઓના લ.સા.અ. લઘુતમ સામાન્ય અવયવથી શોધીએ.

(2) '1' સંખ્યાની અભિવ્યક્તિ સંખ્યાઓ સાથે અંશ-છેદ બંનેનો ગુણાકાર કરીએ.

'1'ની અભિવ્યક્તિ સંખ્યાઓ :

જેવી કે : $\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{2},\dfrac{3}{3},\dfrac{4}{4},\dfrac{5}{5},\dfrac{6}{6},\dfrac{7}{7},\dfrac{8}{8},\dfrac{9}{9}$ વગેરે.

તો હવે આપણે ઉદાહરણ 1નો દાખલો ગણીએ.

સરવાળો કરો : $\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{3}$

લંબચોરસમાં આપેલા ગુણાકાર જેના બંને છેદમાં (12) આવે છે.

- '1'ની અભિવ્યક્તિને જે તે અપૂર્ણાંક સાથે ગુણના સંખ્યાના છેદ સરખા મળે ત્યાં અટકી જવું.
- બે સંખ્યાના સરવાળા કરવાના હોય તો તેને સંખ્યાઓને

તેથી $\frac{9}{12}+\frac{8}{12}$ થાય.

એક સાથે ગુણવા.

જેમ કે : અહિંયા

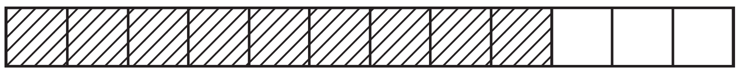
$\frac{3\times 2}{4\times 2}=\frac{6}{8}$ $\quad$ $\frac{2\times 2}{3\times 2}=\frac{4}{6}$

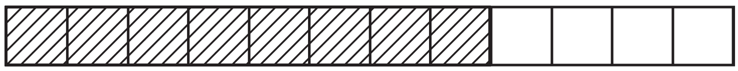
$\boxed{\frac{3\times 3}{4\times 3}=\frac{9}{12}}$ $\quad$ $\frac{2\times 3}{3\times 3}=\frac{6}{9}$

$\frac{3}{4}\times\frac{4}{4}=\frac{12}{16}$ $\quad$ $\boxed{\frac{2}{3}\times\frac{4}{4}=\frac{8}{12}}$

હવે ચિત્રાત્મક સરવાળા કરીએ.

દરેક અપૂર્ણાંકને સમચ્છેદી બનાવવાથી છેદમાં '12' સંખ્યા છે તો એક લંબચોરસ દોરી તેના 12 ભાગ કરીએ.

$\frac{9}{12}=$ 

$\frac{8}{12}=$ 

પ્રથમ લંબચોરસમાં '8' ખાના ભરેલા છે. બાકીના '3' ખાલી છે. આ ત્રણ ખાના ભરવા માટે બીજા લંબચોરસમાંથી '3' ખાના લઈ ભરી દઈએ તો તે $\frac{12}{12}$ એટલે કે '1' પૂરો લંબચોરસ થાય અને બીજા લંબચોરસના '8' ભરેલા ખાનામાંથી '3' ખાનાઓ લઈ લેતા '5' ખાના બાકી રહે છે એટલે કે કુલ 12 + 5 = 17 ખાના ભરેલા છે.

આમ $12+5=17=1\frac{5}{12}$ થાય જેથી $\frac{17}{12}$ તાય.

$\frac{12}{12}+\frac{5}{12}=\frac{12+5}{12}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$ આમ પણ થાય છે.

**શું સમજ્યા ?**

વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકના સરવાળા કે બાદબાકી કરવી હોય તો અપૂર્ણાંકોને પ્રથમ સમચ્છેદી કરવા પડે પછી જ અગાઉ શીખ્યા પ્રમાણે એમની સંખ્યાઓનો સરવાળો કે બાદબાકી કરવા. છેદની સંખ્યા જે હોય તે જ રાખવી.

ઉદાહરણ : $\frac{9}{12}+\frac{7}{12}=\frac{9+7}{12}=\frac{16}{12}=1\frac{4}{12}$ જવાબ મળે.

### ખાસ પ્રકારના વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકના સરવાળા-બાદબાકી

જે અપૂર્ણાંકનો સરવાળો કે બાદબાકી કરવાના છે તે દરેક અપૂર્ણાંકના છેદના અવિભાજ્ય સંખ્યા હોય તેને અહીં આપણે ખાસ પ્રકારના વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક ઓળખીશું. આ અપૂર્ણાંકના ઉદાહરણ જોઈએ.

ઉદાહરણ : (1) $\frac{2}{3}+\frac{8}{7}=\frac{2}{3}\boxtimes\frac{8}{7}$

પ્રથમ ઉપરની આકૃતિમાં ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે ચોકડી તીર લગાવી તે બે-બે સંખ્યાનો ગુણાકાર કરીએ તો.

2 × 2 = 14 આ બંને સંખ્યા અંશમાં રાખવી.

અને 3 × 4 = 12 થાય. જેમ કે : $\frac{14+12}{21}=\frac{26}{21}=1\frac{5}{21}$ જવાબ

અને છેદની સંખ્યાના ગુણાકાર છેદમાં છેદતી સંખ્યાનો ગુણાકાર મુકવો પછી સરવાળો કે બાદબાકી કરવાથી જવાબ મળી રહે છે.

હવે અપૂર્ણાંકના છેદમાં અવિભાજ્ય સંખ્યા હોય અને વિષમચ્છેદી સંખ્યા હોય તેની બાદબાકીનું એક ઉદાહરણ ચોકડી ગુણાકારની પદ્ધતિથી શીખીએ.

ઉદાહરણ : $\frac{5}{11}-\frac{4}{17}$

અહીં $\frac{5}{11}\boxtimes\frac{4}{17}$ નો ચોકડી ગુણાકાર કરીએ. આ બંનેના જવાબ અંશમાં મુકીએ.

5 × 17 = 85 એટલે $\frac{85-44}{187}=\frac{41}{187}$ જવાબ મળે.

અને 11 × 4 = 44

છેદની સંખ્યાનો ગુણાકાર = 11 × 17 = 187 છેદમાં મુકીએ.

એટલે કે $\frac{5}{11}-\frac{4}{17}=\frac{41}{187}$ જવાબ મળે.

**છેદમાં અવિભાજ્ય સંખ્યા હોય તેવી ત્રણ અપૂર્ણાંકના સરવાળા બાદબાકી (વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક)**

શુદ્ધ અપૂર્ણાંક હોય વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક હોય અને આ ત્રણેય અપૂર્ણાંકની છેદમાં અવિભાજ્ય સંખ્યા હોય તેવા ત્રણ અપૂર્ણાંકોના સરવાળા-બાદબાકી પણ સરળ રીતે થઈ શકે છે.

એક ઉદાહરણ લઈએ.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{3}{5}$$

ઉપરોક્ત અપૂર્ણાંક સરવાળાના છેદમાં અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે તેથી ચોકડી ગુણાકાર કરીને ઝડપથી સરળ રીતે દાખલો ગણી શકીશું.

$$\frac{2}{3}\ \frac{1}{2}\ \frac{3}{5}=\frac{20+15+18}{30}$$

પ્રથમ છેદની સંખ્યાઓ અવિભાજ્ય હોઈ ત્રણેય છેદની સંખ્યાનો ગુણાકાર કરીશું. 3 × 2 × 5 = 30 આ

લખાય છે જે છેદમાં મુકીશું. હવે અંશની સંખ્યા મેળવવા માટે સૌપ્રથમ સંખ્યા $\frac{2}{3}$ની '2' સંખ્યાને પોતાની છેદની સંખ્યા સિવાય અન્ય છેદની બંને સંખ્યા વડે ગુણવા $2 \times 2 \times 5 = 20$ આ અંશમાં લખીશું. હવે '+' ની નિશાની મુકી. 1ને પોતાના છેદ સિવાયની અન્ય છેદ સંખ્યા સાથે ગુણથી એટલે કે $1 \times 3 \times 5 = 15$. જે અંશમાં બીજી સંખ્યા મુકીશું. હવે ત્રીજા અપૂર્ણાંકમાં અંશમાં '3' સંખ્યાને પોતાની છેદની સંખ્યા સિવાયના બાકીના બે અપૂર્ણાંકની છેદની સંખ્યા વડે ગુણતા $3 \times 2 \times 3 = 18$ થાય. આ અંશમાં ત્રીજી સંખ્યા મુકીશું.

હવે આ પ્રમામે દાખલો ગણવો સરળ બની જાય છે.

$$\frac{20+15+18}{30}=\frac{53}{30}=1\frac{23}{30}$$ જવાબ મળશે.

ઉપરોક્ત પ્રક્રિયા બાદ બાદબાકી કે સરવાળા-બાદબાકીના મિશ્ર પણ શીખી શકાય છે. જેમ કે ઉપરનું ઉદાહરણ સરવાળા-બાદબાકીથી જોઈએ તો,

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{3}{5}=\frac{20+15+18}{30}=\frac{35-18}{30}=\frac{17}{30}$$ જવાબ મળે.

તો હવે છેદમાં અવિભાજ્ય સંખ્યા હોય તેવા બીજા દાખલાઓ ગણો.

નીચે થોડાક દાખલા આપ્યા છે તે ગણો.

(1) $\frac{4}{5}+\frac{3}{7}+\frac{2}{3}$

(2) $\frac{2}{3}+\frac{3}{7}+\frac{4}{5}$

(3) $\frac{2}{5}+\frac{3}{11}+\frac{1}{3}$

(4) $\frac{3}{11}+\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$

(5) $\frac{3}{7}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$

(6) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{7}$

## અપૂર્ણાંક (Fraction)

**પૂર્ણ કે પૂર્ણાંક સંખ્યાના અમુક સરખા ભાગ કરતાં મળતી સંખ્યા.**

કોઈ વસ્તુના બે સરખા ભાગ કરવામાં આવે તો તે દરેક ભાગ અડધી વસ્તુ બને છે. આ અડધું એ એક અપૂર્ણાંક સંખ્યા છે. પા અને પોણું એ પણ અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ છે.

1 વસ્તુના 2 સરખા ભાગ કરવામાં આવે તો જે ભાગ મળે તેને માટે માટે સંખ્યા $\frac{1}{2}$ વપરાય છે. અડધા માટેનો સંકેત $\frac{1}{2}$ છે. આ પ્રમાણે (પા) માટેનો સંકેત $\frac{1}{4}$ છે. જો 1 વસ્તુના 4 ભાગ કરવામાં આવે અને એમાંના ત્રણ ભાગ એટલે કે ત્રણ વાર $\frac{1}{4}$ ભાગ લેવાય તો તે $\frac{3}{4}$ કહેવાય. આમ પોણા માટેનો સંકેત $\frac{3}{4}$ છે.

જો એક વસ્તુ (દા.ત., રોટલો)ના ચાર સરખા ભાગ કરવામાં આવે અને તેમાંથી 2 ભાગ લઈએ તો અડધો રોટલો થાય તે દેખીતું છે. આથી અડધા માટે $\frac{2}{4}$ પણ લખી શકીએ. આમ $\frac{1}{2}$ અને $\frac{2}{4}$ સરખા જ છે. એક

જ અપૂર્ણાંકને અનેક રીતે લખી શકાય છે.

દા.ત., $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}$ વગેરે.

અપૂર્ણાંક $\frac{3}{4}$માં 3ને અંશ તથા 4ને છેદ કહેવાય છે. અંશ અને છેદમાં આવેલ બંને સંખ્યાઓ પૂર્ણાંકો છે.

$\frac{3}{4}$ ને 3 અને 4નો ગુણોત્તર પણ કહેવાય છે. આમ અપૂર્ણાંકને અંશ અને છેદના ગુણોત્તર રૂપે લખી શકાય છે. આ ઉપરાંત અપૂર્ણાંકને દશાંશસ્વરૂપે અને ટકાના સ્વરૂપે પણ લખાય છે.

અપૂર્ણાંકને દશાંશસ્વરૂપે લખવા માટે પ્રથમ તેને એવા સ્વરૂપમાં લખાય છે કે તેના છેદમાં 10 કે 100 કે 1000 જેવી સંખ્યા આવે; દા.ત.,

$\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$

$\frac{1}{4}=\frac{25}{100}$ વગેરે.

$\frac{5}{10}$ માટે 0.5 $\frac{3}{10}$ માટે 0.3 લખાય છે,

$\frac{15}{10}$ માટે $\frac{27}{10}$ માટે 2.7 એમ લખાય છે.

$\frac{13}{100}$ માટે 0.13, $\frac{25}{100}$ માટે 0.25, $\frac{337}{100}$ માટે 3.37 એમ લખાય છે.

કેટલાક વારંવાર વપરાતા અપૂર્ણાંકોને દશાંશસ્વરૂપમાં આમ લખાય : $\frac{1}{2}=0.5, \frac{1}{4}=$

$0.25, \frac{3}{4}=0.75, \frac{1}{5}=0.2, \frac{4}{5}=0.8,$

$\frac{3}{25}=0.12.$

બધા અપૂર્ણાંકોને દશાંશસ્વરૂપમાં લખી શકાતા નથી. દા.ત. $\frac{1}{3}$ને છેદમાં 10, 100, 1000 આવે તે રીતે ન જ લખી શકાય, પણ $\frac{1}{3}$ લગભગ $\frac{33}{100}$ જેટલો છે. (33 તે 100નો લગભગ ત્રીજો ભાગ છે ને ?) માટે $\frac{1}{3}$ માટે આશરે 0.33 લખી શકાય.

દશાંશસ્વરૂપ લખેલ અપૂર્ણાંકોના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર વગેરે કરવાનું સરળ થઈ જાય છે.

અપૂર્ણાંકને ટકાના સ્વરૂપમાં લખવા માટે તેના છેદમાં 100 આવે તે રીતે લખવો જોઈએ. આમ લખ્યા પછી અંશમાં જે સંખ્યા હોય એટલા ટકા એમ કહેવાય.

$\frac{1}{2}=\frac{50}{100}$ માટે $\frac{1}{2}$ એટલે 50 ટકા

$\frac{4}{5}=\frac{80}{100}$ માટે $\frac{4}{5}$ એટલે 80 ટકા

એથી ઊલટું, 37 ટકા એટલે અપૂર્ણાંક $\frac{37}{100}$.

જો તરુણને એક પરીક્ષામાં 25માંથી 17 ગુણ મળ્યા હોય તો તેને કુલ ગુણ $\frac{17}{25}$ મળ્યા કહેવાય.

હવે $\frac{17}{25}=\frac{68}{100}=68$ ટકા. આમ તરુણને 68 ટકા ગુણ મળ્યા છે તેમ કહેવાય. ટકા માટેનો સંકેત % છે. 68 ટકાને 68% એમ લખાય.

કેટલાક અપૂર્ણાંકોને ટકા અને દશાંશસ્વરૂપમાં નીચે લખ્યા છે :

| અંશ/છેદ | ટકા | દશાંશ |
|---|---|---|
| 1/2 | 50 | 0.5 |
| 1/3 | 33.33 | 0.33 |
| 1/4 | 25 | 0.25 |
| 1/10 | 10 | 0.1 |
| 3/4 | 75 | 0.75 |
| 3/10 | 30 | 0.3 |
| 9/10 | 90 | 0.9 |

# આંકડાપદ્ધતિ

**આંકડા દર્શાવતી સંજ્ઞાની પદ્ધતિ.**

પથ્થરયુગમાં માણસને આંકડાની જરૂર પડી હશે. પોતાનાં પશુઓની ગણતરી કરવા તે ઝાડના થડ પર લીટા કરતો હશે અથવા નાના પથરા કે કાંકરા મૂકતો હશે. ઘણી ગુફામાં આવા લીટા જેવી નિશાનીઓ જોવામાં આવી છે.

વખત જતાં માણસોએ જુદી જુદી સંજ્ઞાઓ આંકડાના સ્વરૂપમાં વિકસાવી. તેની મદદથી તે સંખ્યાલેખન કરતા થયા. જુદી જુદી સંસ્કૃતિઓમાં જુદી જુદી સંજ્ઞાઓ કે અંકો સંખ્યાઓ માટે વપરાતાં જોવા મળે છે.

**આંકડાપદ્ધતિ અને સંખ્યાલેખન**

વિશ્વમાં ઇજિપ્ત, બૅબિલોન, ગ્રીક, રોમન, મય, અરબી, ભારતીય વગેરે સંસ્કૃતિઓ વિકસી. તેમણે સંખ્યાલેખન અંગે વિવિધ આંકડા કે સંજ્ઞાઓનો ઉપયોગ કર્યો. સંખ્યાલેખન માટેના માનવપુરુષાર્થનો આ ઇતિહાસ રસપ્રદ છે.

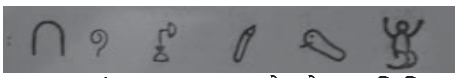
ઈ. પૂ. 2500 વર્ષ અગાઉ ઇજિપ્તમાં આવો પ્રયાસ કરવામાં આવ્યો. તેમના સંખ્યાલેખન માટેના અંકસંકેતો નીચે દર્શાવ્યા મુજબના હતા :

સંખ્યા : એકથી નવ સુધીની સંખ્યા માટે ઊભી લીટીઓ.

| સંખ્યા : | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | \| | \|\| | \|\|\| | \|\|\|\| | \|\|\|\|\| | \|\|\|\|\|\| |
| | 7 | 8 | 9 | | | |
| | \|\|\|\|\|\|\| | \|\|\|\|\|\|\|\| | \|\|\|\|\|\|\|\|\| | | | |

| સંખ્યા : | દસ | સો | હજાર | દસ હજાર | લાખ | દસ લાખ |
|---|---|---|---|---|---|---|

સંકેત :



સંખ્યા લખવા આંકડા લખવા માટે રોમન લિપિના મૂળાક્ષરો વાપરવામાં આવતા હતા; જેમ કે

| એક | પાંચ | દસ | પચાસ | સો | પાંચસો | હજાર | વગેરે |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | V | X | L | C | D | M | |

આ પદ્ધતિ ઈ. પૂ. ત્રીજા સૈકાથી ઈ.સ.ના બારમા સૈકા સુધી યુરોપમાં પ્રચલિત હતી. આ પદ્ધતિમાં સંખ્યાલેખન, લખેલી સંખ્યાનું વાચન અને તેના પરની પ્રવિધિઓ (સરવાળા, ગુણાકાર વગેરે) કરવી અઘરી પડતી. આ ઉપરાંત ગ્રીક પદ્ધતિ, મય-સંસ્કૃતિ (દક્ષિણ અમેરિકામાં)ની (મય-) પદ્ધતિ તેમ જ ભારતમાંથી અરબસ્તાન થઈ યુરોપમાં ગયેલી ભારતીય-અરબી (ઇન્ડો-અરેબિક) પદ્ધતિ પણ વિકસી હતી. આ રીત બારમી સદી પછી યુરોપમાં પ્રવેશી, સ્વીકાર પામી અને પ્રચલિત બની. આ રીતમાં સંખ્યાલેખન, વાચન અને તે પરની પ્રવિધિઓ કરવી બહુ સરળ હતી. તેમાં એકથી નવ સુધીના અંકો અને શૂન્યનો ઉપયોગ કરી કોઈ પણ સંખ્યા લખી શકાતી. વળી આંકડાના સ્થાન પ્રમાણે તેનું મૂલ્ય ગણવામાં આવતું. આંકડાના એકમ, દશક, સો, હજાર વગેરે સ્થાન પ્રમાણે તેનું મૂલ્ય અનુક્રમે હોય તેટલું દસગણું, સોગણું, હજારગણું વગેરે લેવામાં આવતું. સંખ્યાલેખનમાં શૂન્યનો ઉપયોગ સૌપ્રથમ ભારતમાં ગણિતી બ્રહ્મગુપ્તે કર્યો હતો. દેવનાગરી લિપિમાં ભારતીય અંકો એકથી નવ અને શૂન્ય આ મુજબના છે :
१ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ ०.

ભારતમાં ગણિતનો વિકાસ વૈદિક કાળથી થયો હતો. ભારતમાં વિકસાવેલ આંકડાપદ્ધતિમાં સ્થાનમૂલ્ય-વ્યવસ્થા તથા શૂન્યની સમજ હોઈ ગમે તેટલી મોટી કે નાની સંખ્યા પણ ખૂબ સરળતાથી લખી શકાતી. આ પદ્ધતિથી ગણિતની પ્રાથમિક પ્રવિધિઓ કરવાનું ઘણું સહેલું થઈ ગયું.

ભારતમાં મોટી સંખ્યાઓને વિશિષ્ટ નામોથી ઓળખવાનું પણ પ્રચલિત હતું :

| | |
|---|---|
| $10^0 = 1$, એકમ | $10^9$ = અબજ |
| $10^1 = 10$, દશક | $10^{10}$ = ખર્વ |
| $10^2$ = સો | $10^{11}$ = નિખર્વ |
| $10^3$ = હજાર | $10^{12}$ = મહાપદ્મ |
| $10^4$ = દસ હજાર | $10^{13}$ = શંકુ |
| $10^5$ = લાખ | $10^{14}$ = જલધિ |
| $10^6$ = દસ લાખ | $10^{15}$ = અંત્ય |
| $10^7$ = કરોડ | $10^{16}$ = મધ્ય |
| $10^8$ = દસ કરોડ | $10^{17}$ = પરાર્ધ |

# ગણસિદ્ધાંત

**ગણોના ઘટકો, ગણો વચ્ચેના સંબંધો અને ગણોમાં પ્રયોજાતા ઔપચારીક નિયમો અંગે ખ્યાલ આપતું ગણિત.**

ગણને દર્શાવવા A, B, C, D, X, Y, Z મોટા અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોનો ઉપયોગ થાય છે. ગણના ઘટકો દર્શાવવા માટે a, b, c, d, x, y, z જેવા નાના અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોનો ઉપયોગ તાય છે.

ધારો કે A એક એકી સંખ્યાઓનો ગણ હોય તો, $9 \in A, 11 \in A$ પણ $20 \notin A$ એમ લખાય છે. ધારો કે ગણ A 1 થી 20 સુધીની એકી સંખ્યાનો હોય તો ગણ A = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19} અથવા A = {x1 x એ 1 થી 20 વચ્ચે વેલી એકી પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.)

જો આપેલા ગણો A અને Bમાં એકના એક જ ઘટકો હોય તો A અને B ને સમાન ગણો (A = B) કહેવાયમાં આવે છે.

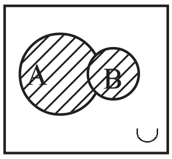
Aનો પ્રત્યેક ઘટક B ગણમાં હોય તો A ને B નો ઉપગણ (subset) કહેવાય છે.

$A \subset B$

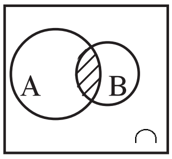
જે ગણમાં એક પણ ઘટક ન હોય તેને ખાલી ગણ $(\varphi)$ કહેવાય છે.

કોઈ સંજોગોમાં આપણે જે બધા ગણોનો અભ્યાસ કરતા હોઈએ તે બધા જ કોઈ (મોટા) ગણના ઉપગણો હોય તો તે (મોટા) ગણને સાર્વત્રિક ગણ A = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19} કહેવાય છે.

ગણોની સંકલ્પના રજૂ કરવા અંગ્રેજ તર્કશાસ્ત્રી વેન આકૃતિ દ્વારા સમજણ આપી તેને વેન આકૃતિ કહેવાય છે. (વેન આકૃતિ સામે આપેલ છે.)




ગણ A અને B નો યોગ $A \cup B$ કહેવાય છે.




ગણ A તથા ગણ Bનો છેદ $A \cap B$ કહેવાય છે.

પૂર્વધારણાયુક્ત તાર્કિક અભિગમ બાદ ગણનો ખ્યાલ એ આધુનિક ગણિતનું અગત્યનું પાસું છે. ગણિતની બધી જ શાખાઓમાં ગણનો ખ્યાલ છૂટથી વપરાય છે. આ ખ્યાલે ગણિતને એક સક્ષમ ભાષા પૂરી પાડી છે. ગણિતના ખ્યાલોની અભિવ્યક્તિ ગણની સાંકેતિક ભાષાને કારણે સ્પષ્ટ, સચોટ અને સરળ બની છે. ગણસિદ્ધાંતનો ખ્યાલ ગણિતજ્ઞ જ્યૉર્જ કૅન્ટોર અને ગણિતજ્ઞ બર્ટ્રાન્ડ રસેલે આપ્યો છે.

# દશાંશ-પદ્ધતિ-મેટ્રિક-પદ્ધતિ

**માપના જુદા જુદા નાનામોટા એકમો વચ્ચે દસના ઘાતનો સંબંધ હોય તેવી માપપદ્ધતિ.**

સંખ્યાઓ લખવામાં આવે છે. તેમાં દરેક આંકડાની કિંમત તેના સ્થાન પ્રમાણેની હોય છે; જેમ કે ચારસોપચીસ - 425 લખતાં શતકના સ્થાને 4 છે તેથી ખરેખર તેનાથી $4 \times 100 = 400$ સૂચવાય છે, દશકના સ્થાને 2 છે અને તેથી $2 \times 10 = 20$ સૂચવાય છે. અને એકમના સ્થાને 5 છે તેથી $5 \times 1 = 5$ સૂચવાય છે. અને આ બધાનો સરવાળો થતાં (400 + 20 + 1) સંખ્યા ચારસો પચ્ચીસની થાય છે. 225 માં બે બગડા છે પણ તેમની કિંમત જુદી જુદી છે. શતકનો બગડો બસો સૂચવે છે અને દશકનો બગડો વીસ સૂચવે છે. આમ દરેક

આંકડાની કિંમત તેના સ્થાન પ્રમાણે તેને 10 કે 100 કે 1000 એમ 10ના યોગ્ય ઘાત વડે ગુણવાથી મળે છે. અહીં 10ના ઘાત વડે ગુણાય છે માટે આ પદ્ધતિને દશાંશ-પદ્ધતિ કહે છે. પૂર્ણાંકો જ નહીં પણ અપૂર્ણાંકોને પણ દશાંશ પદ્ધતિમાં લખી શકાય છે; દા.ત., દોઢ માટે 1.5 લખાય છે. આમાં 1 અને 5 વચ્ચેનું બિંદુ દશાંશ - ચિહ્ન કહેવાય છે. તે ચિહ્નની ડાબી બાજુની સંખ્યા દશાંશ-પદ્ધતિમાં લખેલી પૂર્ણાંક સંખ્યા છે અને તે ચિહ્નની જમણી બાજુએ દશાંશ-પદ્ધતિમાં જ લખેલી અપૂર્ણાંક સંખ્યા છે; પણ બિન્દુ પછીના આંકડાને 10, 100....વડે ગુણવાને બદલે ભાગવાના હોય છે તેથી .5 એટલે

$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ તેથી 1.5 એટલે $1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

આજ જ પ્રમાણે : 25.31 = (2 × 10) +

$$5+\frac{3}{10}+\frac{1}{100}=25+\frac{3}{10}+\frac{1}{100}=\frac{2531}{100}$$

સંખ્યાઓ લખવા માટે જેમ દશાંશ-પદ્ધતિ વપરાય છે તેમ દશાંશ-પદ્ધતિ ચીજવસ્તુઓનાં લંબાઈ, વજન વગેરે માપવામાં વાપરવામાં આવે તો તે પદ્ધતિ મેટ્રિક-પદ્ધતિ કહેવાય; દા.ત., લંબાઈ માપવા માટે મોટું માપ મીટર અને નાનું માપ સેન્ટિમીટર છે. 5 મીટર અને 27 સેન્ટિમીટર એટલે 5.27 મીટર થાય, કારણ કે 1 મી. = 100 છે. નાણાંમાં 1 રૂ. = 100 પૈસા છે. અને 100 એ 10નો ઘાત છે માટે નાણાંમાં પણ મેટ્રિક-પદ્ધતિ છે. બધે મેટ્રિક-પદ્ધતિ રાખવાથી ગણતરી ખૂબ સરળ થઈ જાય છે. જો 1 મીટરનો ભાવ 32.50 હોય તો 5.27 મીટરનો ભાવ કેટલો થાય ? તેનો જવાબ 32.50 × 5.27 છે અને ગુણાકાર જાણે પૂર્ણાંકો 3250 અને 527નો હોય તેમજ કરી શકાય છે; કારણ કે -

$$32.50\times 5.27=\frac{3250}{100}\times\frac{527}{100}=\frac{3250\times 527}{100\times 100}$$

$$=\frac{1712750}{10000}$$

= 171.1275 રૂપિયા અથવા આશરે રૂપિયા 171.13

દશાંશ-પદ્ધતિમાં લખાયેલી સંખ્યાને 10 વડે ગુણવા માટે માત્ર દશાંશ - ચિહ્નને એક સ્થાન જમણી બાજુ અને 10 વડે ભાગવા માટે તેને એક સ્થાન ડાબી બાજુ જ ખસેડવાનું હોય છે. આ કારણે દશાંશ-પદ્ધતિમાં લખેલી સંખ્યાઓના ગુણાકાર-ભાગાકાર ખૂબ સરળ થઈ જાય છે.

## દ્વિઅંકી પદ્ધતિ

**બે જ અંકોથી બધી જ સંખ્યાઓને લખવાની પદ્ધતિ.**

ભારતમાં શૂન્યની શોધ થઈ ત્યાર પછી કેવળ દસ જ અંક (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)ના ઉપયોગથી પ્રત્યેક સંખ્યાને લખી શકવાની દશાંશ-પદ્ધતિ પણ શોધાઈ. વળી બે જ અંકો (0 અને 1)ના ઉપયોગથી પણ બધી સંખ્યાઓ લખી શકાય છે અને તે પદ્ધતિને દ્વિ-અંકી પદ્ધતિ કહે છે.

ઉદાહરણ તરીકે સંખ્યાઓની એક શ્રેણી નીચે આપી છે : 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256,...

આ શ્રેણીમાં પહેલી સંખ્યા 1 છે અને ત્યારપછીની દરેક સંખ્યા તેની આગલી સંખ્યા કરતાં બમણી છે. આ બધી સંખ્યાઓને 2 ના ઘાત કહે છે; દા.ત., 16 છે. તે 2નો ચતુર્થાત કે ચોથો ઘાત છે, કારણ કે જો 2-ને તેની પોતાની સાથે ચાર વાર ગુણવામાં આવે (2 × 2 × 2 × 2) તો 16 મળે. આને ટૂંકમાં 16 = 2 એમ લખાય. તેથી ઉપરની શ્રેણી

$2^0$, $2^1$, $2^2$, $2^3$, $2^4$,...$2^5$.......

એમ બેના ઘાતોની શ્રેણી છે. $2^0 = 1$)

હવે મજાની વાત એ છે કે દરેક ઘન (positive) પૂર્ણાંકને 2ના જુદા જુદા ઘાતોના સરવાળા રૂપે એક અને એક જ રીતે લખી શકાય છે; જે નીચે દર્શાવ્યું છે.

| સંખ્યા | દશાંશ | 2-ના ઘાતની શ્રેણી | દ્વિઅંકી |
|---|---|---|---|
| એક | 1 | $2^0$ | 1 |
| બે | 2 | $2^1 + 0$ | 10 |
| ત્રણ | 3 | $2^1 + 2^0$ | 11 |
| ચાર | 4 | $2^0 + 0\ 0$ | 100 |
| પાંચ | 5 | $2^0 + 0 + 2^0$ | 101 |
| છ | 6 | $2^2 + 2^1 + 0$ | 110 |
| સાત | 7 | $2^2 + 2^1 + 2^0$ | 111 |
| આઠ | 8 | $2^3 + 0 + 0 + 0$ | 1000 |
| નવ | 9 | $2^3 + 0 + 0 + 2^0$ | 1001 |
| દસ | 10 | $2^3 + 0 + 2^1 + 0$ | 1010 |
| અગિયાર | 11 | $2^3 + 0 + 2^1 + 2^0$ | 1011 |
| બાર | 12 | $2^3 + 2^2 + 0 + 0$ | 1100 |
| તેર | 13 | $2^3 + 2^2 + 0 + 2^0$ | 1101 |
| ચૌદ | 14 | $2^3 + 2^2 + 2^1 + 0$ | 1110 |
| પંદર | 15 | $2^3 + 2^2 + 2^1 + 20$ | 1111 |
| સોળ | 16 | $2^4 + 0 + 0 + 0 + 0$ | 10000 |
| સત્તર | 17 | $2^4 + 0 + 0 + 0 + 2^0$ | 10001 |
| અઢાર | 18 | $2^4 + 0 + 0 + 2^1 + 0$ | 10010 |
| ઓગણીસ | 19 | $2^4 + 0 + 0 + 2^1 + 2^0$ | 10011 |
| વીસ | 20 | $2^4 + 0 + 2^2 + 0 + 0$ | 10100 |

આમ ફક્ત બે જ અંકો વાપરીને દ્વિઅંકી પદ્ધતિમાં કોઈ પણ સંખ્યા લખી શકાય છે. વીસ = (10100) બે આમ કૌંસમાં સંખ્યા લખી નીચે બે લખવાની તે દ્વિઅંકી પદ્ધતિમાં લખાયો છે તેની જાણ થાય છે.

દ્વિઅંકી પદ્ધતિમાં લખાયેલી સંખ્યાઓના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર પણ થઈ શકે છે. દશાંશ-પદ્ધતિ કરતાં આ રીત લખાયેલ સંખ્યા ઘણી મોટી થઈ જાય છે; પણ કમ્પ્યુટરની ઝડપ વધારે હોવાથી તેને લાંબી હારમાળાનો વાંધો આવતો નથી. કમ્પ્યુટર માટે 1 (એક) અને 0 (શૂન્ય) ઇલેક્ટ્રોનિક સંકેતથી સમજવાં સહેલાં બને છે. કમ્પ્યુટરમાં સ્વિચ ચાલુ અને બંધ - બેજ પરિસ્થિતિ હોય છે, જે અનુક્રમે 1 અને 0 એમ ગણી શકાય છે. તેથી કમ્પ્યુટર માટે દ્વિઅંકી પદ્ધતિ ખૂબ આર્શીવાદરૂપ બની છે.

## ભૂમિતિનાં સાધન પરિચય

**માપટ્ટી -**

મોટા ભાગનાં બાળકો માપપટ્ટીને ફૂટપટ્ટી કહે છે. કંપાસપેટીમાં આવતી માપપટ્ટી સામાન્ય રીતે 15 સેમી લંબાઈની એટલે કે અડધો ફૂટ લંબાઈની હોય છે છતાં બાળક તેને પણ ફૂટપટ્ટીથી ઓળખે છે. હવે આપણે ફૂટપટ્ટીને બદલે માપપટ્ટી બોલતા કરીએ. લંબાઈ માપવાની કોઈપણ પટ્ટી એટલે માપપટ્ટી.

**જાણ્યું છતાં અજાણ્યું ?**

બાળકો માપપટ્ટીને દરરોજ જોતા હોય છે. માપપટ્ટી તેમના હાથમાં હોય છે. માપપટ્ટીમાં દોરેલા લીટા-કાપા

જોતા હોય છે છતાં પણ આ માપપટ્ટીમાં કયાં કયાં માપ હોય છે. તે મોટાભાગનાં બાળકો જાણતાં હોતાં નથી.

**પ્રવૃત્તિ : 1**


30 સેમી. માપની લંબાઈની એક માપપટ્ટી લઈએ જેમાં માપ ચોક્કસ અને સ્પષ્ટ દેખાતાં હોય. સામાન્ય રીતે પ્લાસ્ટિક કે ધાતુની માપપટ્ટી યોગ્ય ગણાય. આવી માપપટ્ટી વર્ગમાં દરેક બાળકના હાથમાં આપીએ. આ માપપટ્ટીના ઉપર લીટા-કાપાનું અવલોકન કરાવીને નીચેના જેવા પ્રશ્નો પૂછીએ.

પ્રશ્ન. 1 : આ માપપટ્ટીની લંબાઈ કેટલી છે ?

પ્રશ્ન. 2 : આ માપપટ્ટીમાં કયા કયા એટલે કે કેટલા પ્રકારનાં માપ છે ?

ઉપરોક્ત પ્રશ્નોના બાળકો પાસેથી નીચેના જેવા ઉત્તરો મળશે.

ઉત્તર : (1) 12 ઈંચ લંબાઈ છે.

ઉત્તર : (2) 30 સેમી. લંબાઈ છે.

ઉત્તર : (3) 1 ફૂટ લંબાઈ છે.

આ જ માપપટ્ટીમાં આ સિવાયના બીજા બે પ્રકારનાં માપ પણ છે.

ઉત્તર : (4) 300 મીલિમીટર

ઉત્તર : (5) 5 ડેસિમીટર છે.

આ માપનો બાળકોને ખ્યાલ હોતો નથી તે સ્પષ્ટ ખ્યાલ આપવો આ જ રીતે બાળકોને બીજા માપનો પણ ખ્યાલ સ્પષ્ટ હોતો નથી જેમ કે આપણે પ્રશ્ન પૂછીએ.

પ્રશ્ન : 6.5 સેમીના માપનો AB રેખાખંડ દોરો.

અહીં 6.5 શું છે ? કયું માપ છે ! તે બાળકના મગજમાં સ્પષ્ટ હોતું નથી. બાળકને પૂછીએ તો સામાન્ય રીતે છ પોઈન્ટ પાંચ સેન્ટિમીટર લંબાઈ છે. માપપટ્ટીમાં આ માપ બતાવવા જણાવીએ તો 6 સેમી અને 5 કાપા કે 5 લીટા બોલશે. આ 5 કાપા કે 5 લીટા એ ચોક્કસ માપ છે, આ 5 કાપા નહિ પણ 5 મીલિલીટર છે એટલે કે 6.5 સેમી એટલે 6 સેમી અને 5 મીલિમીટર લંબાઈ થાય.

આટલું દર્શાવ્યા/સમજાવ્યા પછી બાળકના હાથમાં સામાન્ય 30 સેમી લંબાઈની માપપટ્ટી આપીશું તો તે તરત જ કહેશે આ માપપટ્ટી 300 મીલિમીટર લંબાઈની છે અને કંપાસની માપપટ્ટી 15 સેમી - અથવા 150 મીલિમીટર લંબાઈની છે.

આટલું સમજાવ્યા પછી 30 સેમી. માપપટ્ટી કેટલા ડેસીમીટર લંબાઈની છે તેના સ્પષ્ટીકરણ માટે નીચેનું કોષ્ટક શીખવવું જરૂરી છે.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ↑ | 10 મીલિમીટર | = 1 સેન્ટિમીટર | ↓ |
| | 10 સેન્ટિમીટર | = 1 ડેસીમીટર | |
| | 10 ડેસીમીટર | = 1 મીટર | |
| | 10 મીટર | = ડેકામીટર | |
| | 10 ડેકામીટર | = હેકટોમીટર | |
| | 10 હેકટોમીટર | = 1 કિલોમીટર | |

કોષ્ટક પ્રમાણે 10 - 10 ના ગુણક એકમ પ્રમાણે ↑ પ્રમાણે ઉપર જતાં નાનું માપ થાય છે અને ↓ આ પ્રમાણે નીચે આવતાં 10 - 10 ના ભાજક એકમ પ્રમો જતાં મોટું માપ થાય છે.

આ કોષ્ટકના આધારે નીચેનાં પ્રચલિત માપો પણ બાળકો પોતાની જાતે શીખી લે છે.

(1) 100 સેમી = 1 મીટર

(2) 1000 મીટર = 1 કિલોમીટર

આટલું જરૂર યાદ રાખીએ કે.

→ મીટર એ લંબાઈનો એકમ છે.

→ ગ્રામ એ વજનનો એકમ છે.

અને → લિટર એ પ્રવાહીનો એકમ છે.

**ખાસનોંધ :** (1) ઉપરોક્ત કોષ્ટકમાં મીટરની જગ્યાએ ગ્રામ લખવાથી વિવિધ વજનનું માપ જાણી શકાય છે. અને (2) મીટરની જગ્યાએ લિટર લખવાથી પ્રવાહીનાં વિવિધ માપ જાણી શકાય છે.

**યુક્તિ પ્રયુક્તિ :**

નીચેની પંક્તિઓ બાળકોને ગાતાં ગાતાં યાદ રખાવીએ. આ પંક્તિઓ બાળક બોલીને મોઢે રાખે તો - લંબાઈ, વજન અને પ્રવાહી ત્રણેય પ્રકારના વિવિધ પ્રકારના માપો સમજીને આપો આપ કહી શકે છે.

**માપ યાદ રાખવાની પ્રયુક્તિ :**

**વજનનું માપ**

મીલિ, સેન્ટિ, ડેસિ ગ્રામ
ડેકા, હેક્ટો, કિલો ગ્રામ

**પ્રવાહીનું માપ**

મીલિ, સેન્ટિ, ડેસિ, લિટર
ડેકા, હેક્ટો, કિલો લિટર

**લંબાઈનું માપ**

મીલિ, સેન્ટિ, ડેસિ મીટર
ડેકા, હેક્ટો, કિલો મીટર.

**કાટકોણિયા :**

નીચેના જેવી બાબતોની પ્રશ્નોત્તરી-ચર્ચા દ્વારા સમજ આપવી.

(1) તમારી કંપાસ પેટીમાં ત્રિકોણ આકારનાં કેટલાં સાધન છે ? તે જુઓ અને કહો.

આ વખતે શિક્ષક પોતાની મોટી કંપાસ પેટીમાંથી બે પ્રકારનાં ત્રિકોણાકાર સાધન કાઢી બાળકોને બતાવશે.

(2) આ સાધનની બંને બાજુએ કેટલી લંબાઈ છે ?

0 આ સાધનની બાજુની લંબાઈ મીલિ મીટર અને સેન્ટિમીટર એમ બંને માપમાં પૂછવી.

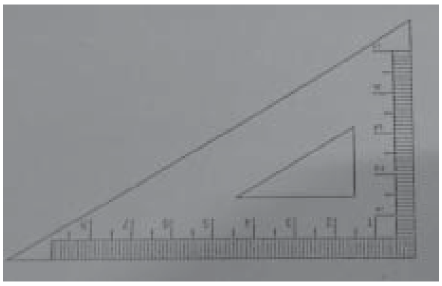
(3) આ બંને ત્રિકોણના ખૂણાઓ જુઓ અને ખૂણાનાં નામ કહો.

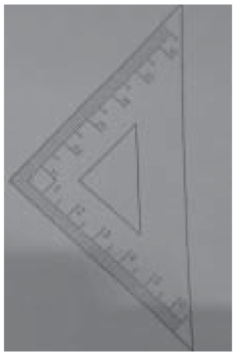
(4) દરેક ત્રિકોણમાં કાટખૂણો છે ? હોય તો કેટલા કાટખૂણા છે ?

(5) દરેક ત્રિકોણમાં લઘુકોણ કેટલા છે ?

આ દરેક ત્રિકોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોવાથી આ સાધનોને કાટકોણિયા કહે છે આ સાધનના નામ પ્રમાણે તેનો ઉપયોગ કરવાનો હોય છે.

**બંને કાટકોણિયાની આકૃતિ**





**પ્રવૃત્તિ**

દરેક બાળક પાસે નોટબુક, પુસ્તક અને સ્લેટ હોય છે. આ વસ્તુઓના દરેક ખૂણા ઉપર બન્ને પ્રકારના કાટકોણ મુકવા કહેવું. બાળકને કાટકોણ કઈ રીતે મુકવા તે શિક્ષકે પોતાની પાસેના કાટકોણિયા દ્વારા નિદર્શન કરાવવું.

આ પછી બાળકોને ઊભા થઈ વર્ગની દીવાલો-બારી-બારણાં, ટેબલ, ખુરશી-બેન્ચ, ફર્નીચર, કબાટ વગેરે વસ્તુઓમાં કાટખૂણા કયાં કયાં છે ? તે કંપાસ પેટીના કાટકોણિયા મૂકીને પ્રયોગ કરીને કહો અને જેટલા કાટખૂણા મળે તેની નોંધ કરો આ પ્રવૃત્તિ કરાવ્યા પછી બાળકોને નીચેનો પ્રશ્નો પૂછવા.

(1) તમારા દફતરની વસ્તુઓમાં કાટખૂણો ક્યાં ક્યાં છે ?

(2) આપણા વર્ગખંડના ફર્નીચર અને બારી બારણાના કેટલા કાટખૂણાઓ છે ?

આ પ્રવૃત્તિ કરવાથી કાટખૂણાની સંકલ્પના સ્પષ્ટ થશે. કાટખૂણો કયો કહેવાય તે અવલોકન કરવાથી શીખશે.

આટલું જ નહિ, પણ વર્ગશિક્ષણ દરમ્યાન આ પ્રવૃત્તિ કરાવવાથી બાળકો શાળાએથી છૂટીને ઘેર આવે ત્યારે

પણ ઘરના બારી-બારણા તેમજ ફર્નીચર ઉપર નજર પડશે એટલે પ્રથમ તો તેના કાટખૂણા જ દેખાશે. દીવાલ ઉપર જ્યાં જ્યાં નજર કરશે ત્યાં ત્યાં બાળકને નાના-મોટા કાટખૂણાઓ જ દેખાશે. અને પોતાની કંપાસપેટીના કાટકોણિયાની મદદથી વિવિધ સ્થળોએ કાટખૂણાઓ શોધશે આ પ્રમાણે બાળકના માનસપટ ઉપર કાટખૂણાની સંકલ્પના સ્પષ્ટ થશે.

તે કાટખૂણાઓ શોધતો થશે એટલું જ નહિ પણ આ કાટકોણિયા વિવિધ દિશામાં મૂકીને કોણમાપકની મદદ વિના ચોક્કસ પ્રકારના કાટકોણ દોરતાં પણ ફાવશે.

કાટકોણિયાની મદદથી ચોરસ - લંબચોરસ આકૃતિ દોરવાનું નિદર્શન કરાવાશે તો બાળક પણ કાટકોણિયાની મદદથી વિવિધ માપના ચોરસ-લંબચોરસ દોરી શકશે.

આગળ જતાં બાળક જ્યારે લંબરેખાઓ કે લંબરેખાખંડ વિશે શીખશે તથા સમાંતર રેખાઓ વિષે શીખશે ત્યાં પણ આ કાટકોણિયા ઉપયોગમાં આવશે.

**કોણ માપક :**

આપણે હંમેશાં એવું માની લઈએ છીએ કે કંપાસપેટીનાં તમામ સાધનોનો ઉપયોગ બાળકો જાણતા હોય છે પણ આવું હોતું નથી.

સૌ પ્રથમ તો આપણે નીચે પ્રમાણેની પ્રશ્નોત્તરી કરીને બાળકોને સાધન પરિચય ઓળખ સારી રીતે આપી શકીએ છીએ. વર્ગશિક્ષણ કાર્ય દરમ્યાન પ્રથમ એ જાણી લેવું જોઈએ કે દરેક બાળક પાસે કંપાસપેટી છે ?

જો બાળક પાસે કંપાસપેટી હોય તો તેમાં તમામ સાધનો છે ? આ પછી જ સાધનોનો પરિચય આપવો જેથી દરેક બાળક સાધન હાથમાં રાખીને બરાબર પરિચય મેળવી શકે.

કોણમાપક મોટી સાઈઝનું પ્રત્યક્ષ બતાવવું દરેક બાળક પોતાની કંપાસપેટીમાંથી આ સાધન બહાર કાઢે અને ઓળખે આ સાધનની ઓળખ-પરિચય માટે નીચેના જેવી પ્રશ્નોત્તરી કરવી.

(1) આ સાધનનો આકાર કેવો છે ?

(2) આ સાધનમાં નંબર-આંક લખેલા છે તે જુઓ જમણી બાજુથી ડાબી બાજુ સુધી ક્યાંથી ક્યાં સુધીના આંક લખેખા છે ?

(3) ડાબી બાજુથી જમણી બાજુ સુધી ક્યાંથી ક્યાં સુધીના આંક લખેલા છે ?

(4) આંક-નંબરની શરૂઆત કયા પૂર્ણાંકથી થાય છે ?

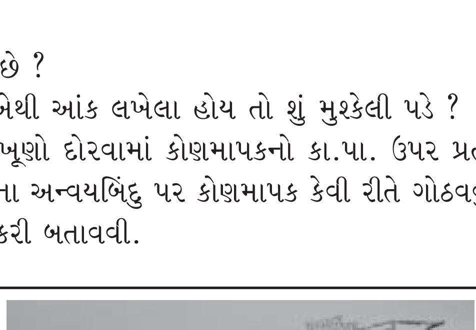
(5) અંત ભાગમાં છેલ્લો આંક કયો આવે છે ?

(6) બંને બાજુએ ઊલટ-સુલટ આંક શા માટે લખેલા છે ?

(7) જો એક જ બાજુએ, એટલે જમણેથી ડાબી બાજુએથી આંક લખેલા હોય તો શું મુશ્કેલી પડે ?

પ્રશ્નોત્તરી દ્વારા આટલું નિરીક્ષણ પરીક્ષણ કર્યા પછી ખૂણો દોરવામાં કોણમાપકનો કા.પા. ઉપર પ્રત્યક્ષ ઉપયોગ કરી બતાવવો. પ્રથમ એક કિરણ દોરવું. આ કિરણના અન્વયબિંદુ પર કોણમાપક કેવી રીતે ગોઠવવું ? કઈ બાજુનાં '0' અંશથી માપ જોવું. વગેરે બાબતો પ્રત્યક્ષ કરી બતાવવી.

કિરણની વિવિધ દિશા બદલીને કોણમાપક મૂકી ખૂણા દોરતાં શીખવવું.



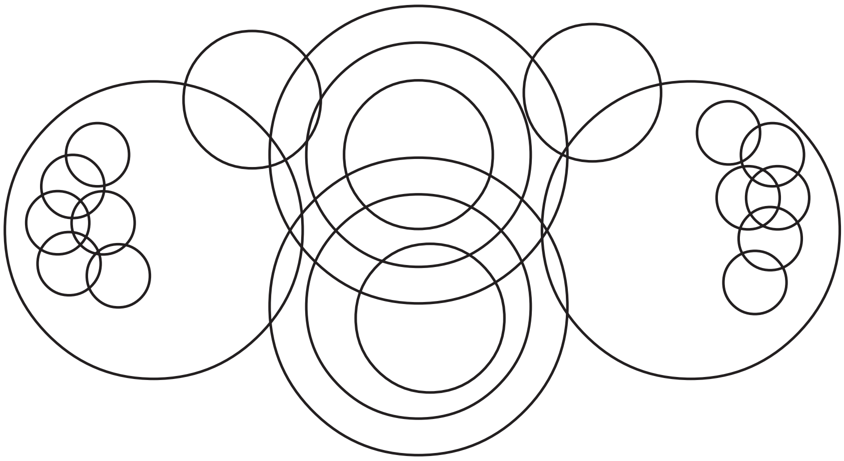
**વર્તુળ**

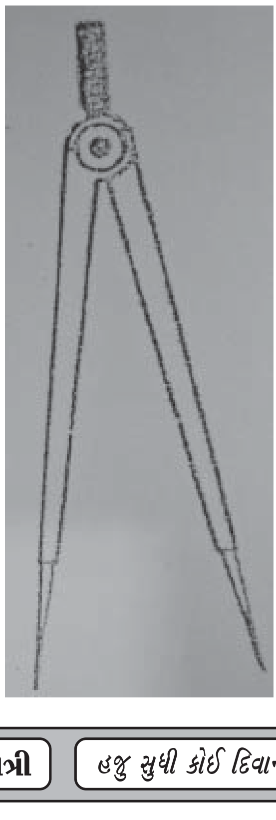
વર્તુળનો ઉપયોગ વર્તુળાકાર દોરવામાં થાય છે વર્તુળના એક છેડે નાની અણીદાર પેન્સિલ ફીટ કરવામાં

આવે છે પછી માપપટ્ટી દ્વારા માપ લઈને વર્તુળ દોરવામાં આવે છે. 3.5 સેમીનું માપ લઈને વર્તુળ દોરીએ તો 3.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળું અથવા 7 સેમી વ્યાસવાળું વર્તુળ બને છે.

શિક્ષક પોતાના કંપાસપેટીના મોટા વર્તુળની મદદથી કા.પા. ઉપર યોગ્ય માપનું વર્તુળ પ્રત્યક્ષ દોરી બતાવે. બાળકો તેનું નિદર્શન અવલોકન કરે - અને તે પ્રમાણે પોતાના કંપાસપેટીના વર્તુળની મદદથી યોગ્ય માપ લઈ વર્તુળ દોરે.

આમ નાનાં મોટાં અનેક વર્તુળ દોરી શકાય છે આવા વિવિધ આકારના વર્તુળની મદદથી વિવિધ પ્રકારની ભૌમિતિક ડિઝાઈન બનાવી શકાય છે.





ઉપર પ્રમાણે બાળકો વિવિધ ત્રિજ્યાવાળાં વર્તુળો દોરીને નવી નવી ભૌમિતિક ડિઝાઈન બનાવી શકે છે અને તેમાં વિવિધ આકર્ષક રંગો પૂરીને ડિઝાઈન આકર્ષક બનાવી શકે છે.

**પરિકર.**

સાદા શબ્દોમાં અને બાળકની ભાષામાં આ સાધનનું નામ એટલે કે ‘‘બે અણીવાળું સાધન’’ અથવા તો ‘બે અણીવાળું વર્તુળ’’ એટલે ભૂમિતિની ભાષામાં આ સાધનને ‘‘પરિકર’’ કહે છે.

પરિકરની મદદથી કોઈપણ રેખાખંડને માપી શકાય છે, અથવા તો ચોક્કસ માપથી રેખાખંડને દોરી શકાય છે. માપપટ્ટીની મદદથી રેખાખંડને દોરી શકાય છે અને માપી પણ શકાય છે પણ ચોક્કસ માપ શોધવા માટે પરિકરનો જ ઉપયોગ થાય છે.

કોઈપણ રેખાખંડ દોરવો. તેમાં અન્ત્યબિંદુનાં નામ આપવાં આ રેખાખંડના અન્ત્યબિંદુઓ પર પરિકરની તે અણીઓ ગોઠવો. આ જ પરિસ્થિતિમાં પરિકરને ઉઠાવી તેને માપપટ્ટી પર પરિકરનો એક છેડો ‘0’ સેમી. ઉપર રાખી મૂકો, બીજો છેડો જે આંક ઉપર આવે ત્યાં મૂકો આમ ચોક્કસ પ્રકારના મીલિમીટર કે સેન્ટિમીટરમાં માપ લઈ શકાય છે.

પરિકરની મદદથી ત્રિકોણ-ચોરસ-લંબચોરસની વિવિધ રેખાખંડોનાં

ચોક્કસ પણ માપ લઈ શકાય છે આ ઉપરાંત પરિઘ પરના વર્તુળના બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર એટલે કે વર્તુળનો વ્યાસ-ત્રિજ્યા વગેરે ચોક્કસ પ્રકારે પરિકરની મદદથી માપી શકાય છે.

**ખાસ નોંધ**

ઉપર જણાવ્યા પ્રમાણે ભૂમિતિની અન્ય સંકલ્પનાઓ શીખવતાં પહેલાં બાળકોને કંપાસપેટીનાં તમામ સાધનોનો વિસ્તૃત ઉપયોગ/કાર્ય અને પરિચય શીખવેલ હશે તો પછી ભૂમિતિ શિક્ષણ આપવું ઘણું સરળ થઈ જશે.

## ખૂણાઓ અને પ્રકાર

**પ્રસ્તાવના :**

કંપાસપેટીનાં સાધનોનો ઉપયોગ શીખ્યા પછી ખૂણાઓ અને તેના પ્રકાર શીખવવાના રહે છે.

ક્ષમતા ક્રમાંક : 5-4-4

ક્ષમતા વિધાન : કાટકોણ, લઘુકોણ, ગુરુકોણ સમજે છે.

કાટકોણ શું છે ? તે અગાઉના પ્રકરણ કાટકોણિયાની ઓળખ અને ઉપયોગ પ્રકરણમાં શીખી ગયા છીએ.

**પ્રવૃત્તિ નં. ૧ :**

કંપાસનાં બન્ને સાધન કાટકોણિયાનો ઉપયોગ કરીને જુદી જુદી દિશામાં કિરણો જાય તે રીતે જુદા જુદા કાટકોણ દોરવા કાટકોણિયાની મદદથી કાટકોણ દોરે એટલે બંને છેડે $\rightarrow$ તીરનું નિશાન કરે જેથી બે કિરણો દ્વારા ખૂણો રચાય છે તે સમજે આ ખૂણાનાં નામ આપવાં.

ખૂણાઓ દોરતાં શીખે તે પહેલાં ખૂણાના પ્રકાર સ્પષ્ટ રીતે સમજે તે માટે નીચેના જેવી એક પ્રવૃત્તિ કરાવવી.

**પ્રવૃત્તિ નં. ૨ :**

પૂંઠામાંથી કે કાર્ડપેપરમાંથી $10 \times 10$ સેમી ચોરસ ટુકડાઓ કાપવા. આ ચોરસ ટુકડાઓ કાપી દરેક ટુકડામાં જુદા જુદા માપના લઘુકોણ તેમજ ગુરુકોણ દોરવા આ દરેક દોરેલા લઘુકોણ અને ગુરુકોણનાં નામ આપવાં. દરેક બાળકને એક એક કાર્ડપત્તું આપવું. દરેક બાળક પોતાના કંપાસપેટીના કાટકોણિયાની મદદથી પોતાને આપેલ કાર્ડપત્તામાં દોરેલ ખૂણો લઘુકોણ છે કે ગુરુકોણ તે પોતાની જાતે નક્કી કરે અને લખે.

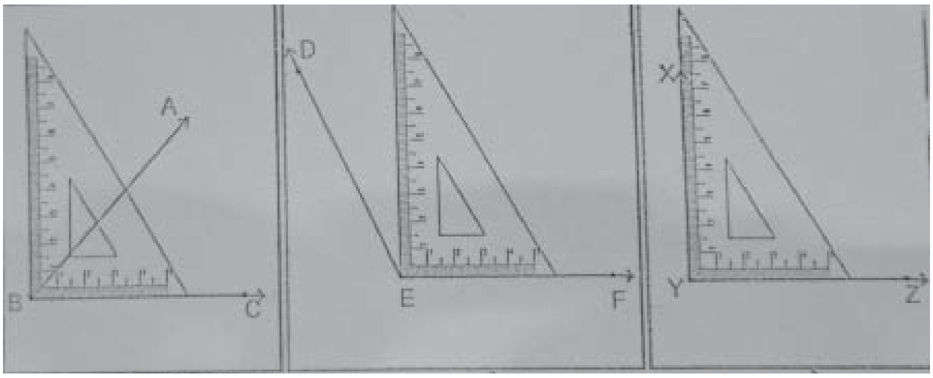
**સૂચના** :- ઉપરોક્ત પ્રવૃત્તિ બાળકો પાસે કરાવતાં પહેલાં શિક્ષકે નીચેની નિદર્શન પ્રવૃત્તિ કરાવવી.

**શિક્ષકની નિદર્શન પ્રવૃત્તિ :**

શિક્ષકે $30 \times 30$ સેમી માપના મોટાં ત્રણ કાર્ડપત્તા કાપવાં આ કાર્ડપત્તા પૂંઠામાંથી કે જાડા કાર્ડપેપરમાંથી કાપવાં. આ ત્રણ કાર્ડપત્તા પૈકીના એક કાર્ડપત્તામાં કાટકોણ બીજા કાર્ડ પત્તામાં ગુરુકોણ અને ત્રીજા કાર્ડ પત્તામાં લઘુકોણ સ્કેચપેનથી દોરવો.

ત્રણે કાર્ડપત્તા ભીંત ઉપર કે કા. પા. ઉપર ચીપકાવવા કંપાસપેટીના મોટા કાટકોણિયાને વારાફરતી એક એક ખૂણા ઉપર મૂકી અવલોકન કરાવવું.

પ્રથમ કાર્ડપત્તામાં $\angle ABC$ લઘુકોણ દોરેલ છે. તેના ઉપર કાટખૂણિયું ગોઠવી આ ખૂણાના $\overrightarrow{AB}$ બાજુનું અવલોકન કરાવવું. પછી બીજા કાર્ડપત્તામાં દોરેલ $\angle DEF$ છે. તેના ઉપર કાટખૂણિયું ગોઠવી આ ખૂણાના $\overrightarrow{DE}$ બાજુનું અવલોકન કરાવવું. પછી ત્રીજા કાર્ડપત્તામાં દોરેલ $\angle XYZ$ છે. તેના ઉપર કાટખૂણિયું ગોઠવી તેના $\overrightarrow{XY}$ અને $\overrightarrow{YZ}$ કિરણોનું અવલોકન કરાવવું.




લઘુકોણ ગુરુકોણ કાટકોણ

આકૃતિ 1ના કાર્ડપત્તામાં $\angle ABC$ ની બાજુ $\overrightarrow{AB}$ કાટખૂણિયાની અંદરની બાજુએ છે. એટલે કે આ ખૂણો કાટકોણથી નાનો ખૂણો છે તેથી તે લઘુકોણ કહેવાય.

આકૃતિ 2ના કાર્ડપત્તામાં $\angle DEF$ ની બાજુ $\overrightarrow{DE}$ કાટખૂણિયાની બહારની બાજુએ છે. એટલે કે આ ખૂણો કાટકોણથી મોટો છે તેથી તે ગુરુકોણ કહેવાય.

આકૃતિ 3ના કાર્ડપત્તામાં $\angle XYZ$ ની બંને બાજુ $\overrightarrow{XY}$ અને $\overrightarrow{YZ}$ કાટખૂણિયાની બરાબર અડીને આવેલી છે. તેથી તે કાટકોણ છે.

**પ્રવૃત્તિની ફલશ્રુતિ :**

આ પ્રવૃત્તિમાં દરેક બાળક પોતાના કંપાસપેટીના કાટખૂણિયાનો ઉપયોગ કરી ખૂણાના પ્રકાર જાણે છે. સમજે છે.

પોતાને મળેલ કાર્ડપત્તામાં દોરેલ ખૂણા કાટખૂણિયું ગોઠવી. તેના આધારે ગુરુકોણ કે લઘુકોણ નક્કી કરીને લખશે અને વર્ગના તમામ બાળકો ખૂણાના પ્રકાર જાણશે-શીખશે.

(1) કાટકોણ - $90^0$ ના ખૂણાને કાટકોણ કહે છે.

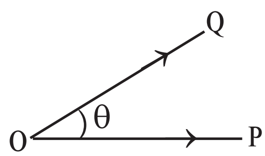
(2) લઘુકોણ - કાટકોણથી નાનો હોય છે.

(3) ગુરુકોણ - કાટકોણથી મોટો હોય છે.

## ખૂણો

**ખૂણો (angle)**

**એક જ ઉદ્‌ભવબિંદુ ધરાવતાં બે અસમરેખ (non-collinear) કિરણોનો યોગ.**



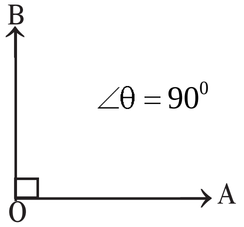

ખૂણો રચતાં કિરણોને તે ખૂણાના ભુજ (arms) કહેવાય અને તે કિરણોનું સામાન્ય ઉદ્‌ભવબિંદુ તે ખૂણાનું શિરોબિંદુ (vertex) કહેવાય છે.

જેમ કે, આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબ બિંદુ 0માંથી ઉદ્‌ભવતાં બે કિરણો OQ અને OP ખૂણો POQ રચે છે, જેને આ પ્રમાણે લખાય છે – $\angle POQ$ તેનું માપ

(અંશ માપ) $\theta$ હોય તો $\angle POQ = \theta^0$ અથવા $\angle POQ = \theta$ એમ લખાય છે.

પ્રત્યેક ખૂણાનું માપ 00 થી $180^0$ની વચ્ચે કોઈ સંખ્યા સાથે સાંકળી શકાય છે. ખૂણાના અનેક પ્રકારો હોય છે :

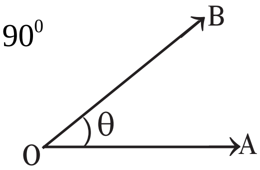
**(1) કાટખૂણો (right angle) - $90^0$ અંશમાપનો ખૂણો -**




$\angle\theta = 90^0$

**(2) લઘુકોણ (acute angle) - $90^0$ અંશમાપથી નાનો ખૂણો -**

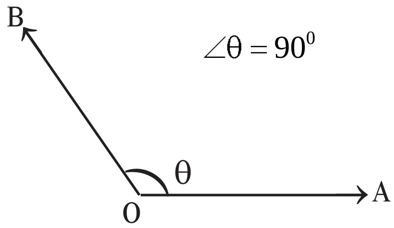
$\angle\theta = 90^0$




**(3) ગુરુકોણ - (obtuse angle) - $90^0$ અંશમાપથી મોટો ખૂણો -**

$\angle\theta = 90^0$

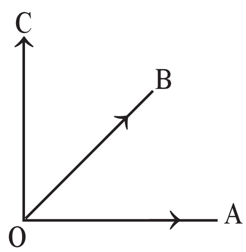
આકૃતિ




**(4) કોટિકોણ**

બે ખૂણાનાં માપનો સરવાળો $90^0$ હોય તો તે બે ખૂણા કોટિકોણ કહેવાય છે :

$$\angle AOB + \angle BOC = 90^0$$



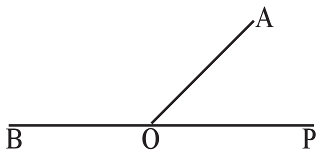

તેમાંનો દરેક ખૂણો બીજાનો કોટિકોણ કહેવાય છે.

$\angle AOB$ એ $\angle BOC$ નો કોટિકોણ છે.

$\angle BOC$ એ $\angle AOB$ નો કોટિકોણ છે.

**(5) પૂરક કોણ (supplementary angles)**

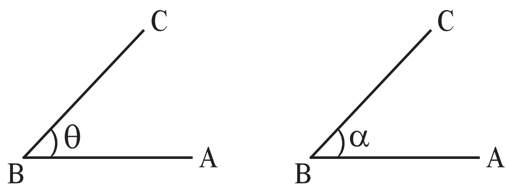
બે ખૂણાનાં માપનો સરવાળો $180^0$ હોય તો તે બે ખૂણા પૂરક કોણો કહેવાય છે. તેમાંનો દરેક બીજાનો પૂરક કોણ કહેવાય છે.




$\angle POA + \angle AOB = 180^0$

**(6) એકરૂપ ખૂણા (congruent angles)**

બે ખૂણાનાં માપ સરખાં હોય તો તે બે ખૂણા એકરૂપ છે એમ કહેવામાં આવે છે.

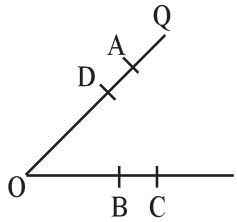



$\angle ABC = \angle POQ = 60^0$ એટલે તે બંને ખૂણા એકરૂપ ખૂણા કહેવાય છે.

$\angle\theta + \angle\alpha = 60^0$

**(7) સમાન ખૂણા (equl angles)**

બે ખૂણામાં તેનાં તે જ બિંદુઓ હોય તો તે સમાન ખૂણા કહેવાય છે. જો $\angle AOC$ અને $\angle BOD$ સમાન હોય તો $\angle AOC = \angle BOD$ એક સંકેતમાં લખાય છે.

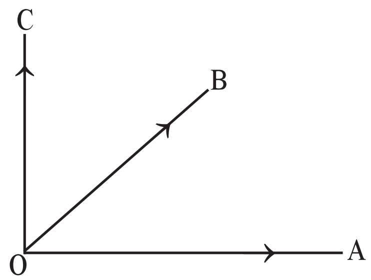


એકરૂપ ખૂણા અને સમાન ખૂણા - તે બંને જુદી જુદી બાબતો છે.

**(8) કેટલાક જોડના ખૂણા**

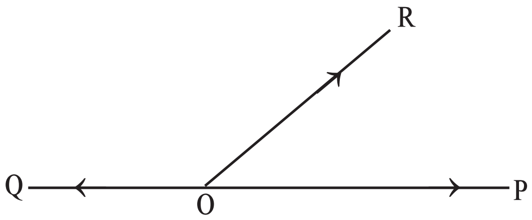
**(ક) સંલગ્ન ખૂણા (adjacent angles)**

જો બે ખૂણાઓને એક ભુજ સામાન્ય હોય તો અને બાકીના બે ભુજ સામાન્ય ભુજની વિરુદ્ધ બાજુએ હોય તો તે બે સંલગ્ન ખૂણા કહેવાય છે. $\angle AOB$ અને $\angle BOC$ તે બે સંલગ્ન ખૂણા કહેવાય છે. તેમને એક ભુજ OB સામાન્ય છે :




**(ખ) રૈખિક જોડના ખૂણા (angles of linear pair)**

જો બે ખૂણામાંથી એક ભુજ સામાન્ય હોય અને બાકીના બે ભુજ વિરુદ્ધ કિરણો રચે તો તે ખૂણા રૈખિક જોડાના ખૂણા કહેવાય છે. રૈખિક જોડના ખૂણા પૂરક હોય છે :

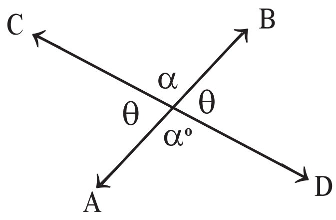



$\angle POR$ અને $\angle QOR$ રૈખિક જોડ રચે છે. તેમનો સરવાળો $180^0$ થાય છે.

**(ગ) અભિકોણો (vertically opposite angles)**

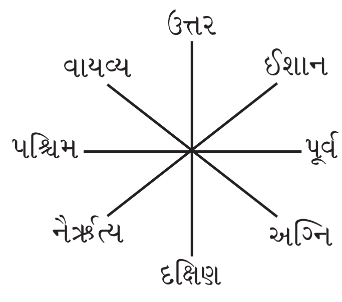
જો બે ખૂણાના બંને ભુજો વિરુદ્ધ કિરણોની બે જોડ રચે તો તે બે ખૂણા અભિકોણોની જોડ બનાવે છે. $\angle AOC$ અને $\angle BOD$ તથા $\angle AOD$ અને $\angle BOC$ આ અભિકોણની જોડ છે.

$$\angle AOC = \angle BOD, \angle AOD = \angle BOC$$




વર્તુળના પરિઘની રેખાના 360 સમાન ખંડ કરીએ અને ત્યાંથી વર્તુળના કેન્દ્રમાં લીટીઓ દોરીએ તો તેથી ખૂણાની આકૃતિ બને છે. આમ ખૂણો વર્તુળના વળાંકનું અંશમાં માપ છે. ખગોળમાં પૃથ્વી આશરે 360 દિવસમાં સૂર્યની પરિક્રમા કરે છે. તેમણે એક દિવસમાં સૂર્ય જેટલો ખસેલો દેખાય એટલા કોણીય અંતરને એક અંશનું નામ આપ્યું. સૂક્ષ્મતા માટે અંશના 60 ભાગ કરીને દરેક ભાગને ‘કલા’ અને કલાના 60 ભાગ કરીને દરેક ભાગને ‘વિકલા’ નામ આપ્યું. પ્રાચીન ભારતના વિજ્ઞાનીઓએ આમ કર્યું. તે સમયમાં યજ્ઞની વેદી કરવા માટે ભૂમિતિનું જ્ઞાન જરૂરી હતું.

ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાનો સરવાળો $180^0$ થાય છે. ચોરસ, લંબચોરસ તથા ચતુષ્કોણના ચાર ખૂણાનો સરવાળો $360^0$ થાય છે.




ચાર દિશાઓ છે તેમ ચાર ખૂણા પણ છે. તે ઈશાન, અગ્નિ નૈર્ઋત્ય અને વાયવ્ય છે.

# ત્રિકોણના પ્રકાર

**પ્રસ્તાવના :**

આપણે સૌ જાણીએ છીએ કે ત્રિકોણના કુલ છ પ્રકારો છે.

(1) ખૂણાની દૃષ્ટિએ ત્રિકોણના પ્રકાર ત્રણ છે.

(1) કાટકોણ ત્રિકોણ (2) ગુરુકોણ ત્રિકોણ (3) લઘુકોણ ત્રિકોણ

(2) બાજુની દૃષ્ટિએ ત્રિકોણના પ્રકાર ત્રણ છે.

(1) સમબાજુ ત્રિકોણ (2) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (3) વિષમબાજુ ત્રિકોણ.

ત્રિકોણના પ્રકારના સ્પષ્ટીકરણ માટે બાળકો પાસે નીચેની પ્રવૃત્તિ કરાવવી.

(1) ખૂણાની દૃષ્ટિએ ત્રિકોણના પ્રકાર શીખવવા માટેની પ્રવૃત્તિ :

આ પ્રવૃત્તિ માટે કાર્ડપેપરના પત્તામાંથી $10^0$ના ખૂણા પ્રમાણે વિવિધ પ્રકારના ત્રિકોણ કાપવા. જેમ કે

(1) 40, 40, $100^0$ (2) $60^0$, $60^0$, $60^0$ (3) $50^0$, $80^0$, $50^0$, (4) $90^0$, $40^0$, $50^0$ (5) $110^0$, $40^0$ $30^0$ (6) $30^0$, $120^0$, $30^0$.

બાળકોની સંખ્યા પ્રમાણે 25 થી 30 ત્રિકોણ બનાવવા દરેક બાળકને એક એક ત્રિકોણ આપવો. બાળકો કંપાસપેટીના કોણમાપકની મદદથી ત્રણે ખૂણાઓ માપશે. અને ખૂણાના માપને આધારે કાટકોણ, ગુરુકોણ, લઘુકોણની સંખ્યા લખશે. દરેક બાળકને આપેલા ત્રિકોણના કટિંગ પર ત્રણેય ખૂણાનાં માપ લખશે.

પ્રવૃત્તિ પૂરી થયા બાદ દરેક બાળકને પૂછવું તમારા ત્રિકોણમાં કેટલા ગુરુકોણ છે ? કેટલા કાટકોણ છે ? અને કેટલા લઘુકોણ છે ?

જવાબ આ પ્રમાણે ત્રણ પ્રકારના જ મળશે.

(1) ત્રણ ખૂણાઓ લઘુકોણ છે.

(2) એક ખૂણો ગુરુકોણ છે. બાકીના બે ખૂણાઓ લઘુકોણ છે.

(3) એક ખૂણો કાટકોણ છે. બાકીના બે ખૂણાઓ લઘુકોણ છે.

આ પછીથી નક્કી કરી શકાય કે

(1) ત્રણેય ખૂણાઓ હોય તો તે ત્રિકોણ લઘુકોણ ત્રિકોણ કહેવાય.

(2) એક ખૂણો ગુરુકોણ હોય. બાકીના બે ખૂણાઓ લઘુકોણ હોય તો તે ગુરુકોણ ત્રિકોણ કહેવાય.

(3) એક ખૂણો કાટકોણ હોય અને બાકીના બે ખૂણાઓ લઘુકોણ હોય. તો તે કાટકોણ ત્રિકોણ કહેવાય.

**(2) બાજુની દૃષ્ટિએ ત્રિકોણના પ્રકાર શીખવવા માટેની પ્રવૃત્તિ**

આ પ્રવૃત્તિ માટે પણ જાડા ફાઈલ-કાર્ડપેપરમાંથી વિવિધ માપની બાજુવાળા ત્રિકોણ કાપવા. પૂરા. સેમી માપના આ ત્રિકોણ કાપવા. જેમ કે

(1) 5 સેમી, 5 સેમી, 4 સેમી (2) 3 સેમી, 4 સેમી, 5 સેમી (3) 6 સેમી, 6 સેમી, 6 સેમી.

બાળકોની સંખ્યા પ્રમાણે 25 થી 30 ત્રિકોણ કાપવા. દરેક બાળકને એક એક ત્રિકોણ આપવો. બાળકો પરિકર અને માપપટ્ટીની મદદથી આપેલ ત્રિકોણની બાજુઓ મપાવવી ત્રણેય બાજુઓ મપાવીને પોતાની નોટમાં ત્રણેય બાજુઓના માપ લખવા.

પ્રવૃત્તિ પૂરી થયા પછી બાળકને પૂછવું કે

(1) ત્રણેય બાજુઓ સરખા માપની છે તેવા કેટલા ?

(2) બે બાજુઓ સરખા માપની હોય તેવા કેટલા ?

(3) ત્રણેય બાજુઓ સરખા માપની કેટલાને નથી ?

બાળકોના જવાબ આ પ્રમાણે ત્રણ પ્રકારમાં મળશે.

(1) ત્રણેય બાજુઓ સરખા માપની હોય

(2) કોઈપણ બે બાજુઓનાં માપ સરખાં ન હોય

(3) એકપણ બાજુનાં માપ સરખાં ન હોય

આ ત્રણેય જવાબ પરથી નક્કી કરી શકાય કે -

(1) જે ત્રિકોણની ત્રણેય બાજુઓ સરખા માપની હોય તે સમબાજુ ત્રિકોણ કહેવાય.

(2) જે ત્રિકોણની કોઈપણ બે બાજુઓના માપ સરખા હોય તે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કહેવાય.

(3) જે ત્રિકોણની ત્રણેય બાજુઓના માપ જુદા જુદા હોય તે વિષમબાજુ ત્રિકોણ કહેવાય.

આ રીતે ઉપરોક્ત બન્ને પ્રવૃત્તિના આધારે ખૂણાની દૃષ્ટિએ ત્રિકોણના પ્રકાર ત્રણ છે. અને બાજુની દૃષ્ટિએ ત્રિકોણના પ્રકાર ત્રણ છે. ત્રિકોણના કુલ છ ખૂણા છે તે સ્પષ્ટ રીતે પોતાની જાતે શીખે છે.

**ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 180$^0$ થાય છે.**

**પ્રવૃત્તિ (1)**

આ અગાઉ ખૂણાની દૃષ્ટિએ ત્રિકોણના પ્રકારમાં જે પ્રવૃત્તિ કરી તે પ્રવૃત્તિ અહીં કરાવવાની છે.

આ પ્રવૃત્તિમાં પણ 10$^0$ના માપ પ્રમાણે વિવિધ પ્રકારના ત્રિકોણ કાપવા.

બાળકોની સંખ્યા પ્રમાણે 25 થી 30 ત્રિકોણ કાપીને બનાવવા. દરેક બાળકને એક એક ત્રિકોણ આપવો. કંપાસપેટીના કોણમાપકની મદદથી ત્રણેય ખૂણાઓ માપશે. ત્રણેય ખૂણાઓનાં માપ પોતાની નોંધપોથીમાં લખાવવો અને ત્રણેય ખૂણાના માપનો સરવાળો કરાવવો.

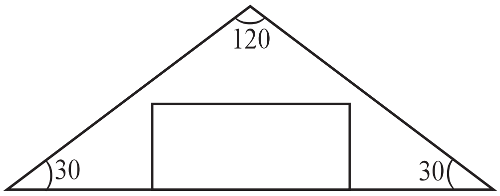
દરેક બાળકને પોતાના ત્રણેય ખૂણાના માપનો સરવાળો પૂછશો, તો જવાબ એક જ મળશે. 180$^0$ થાય છે.

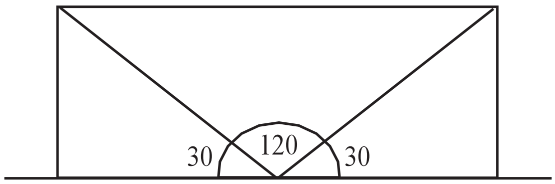
આ પરથી જાણવા મળશે અને સ્પષ્ટ થશે કે કોઈપણ પ્રકારના ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓનો સરવાળો 180$^0$ થાય છે.

**પ્રવૃત્તિ (2)**

કાટકોણ, લઘુકોણ અને ગુરુકોણ એમ ત્રણ પ્રકારના ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણા એક સીધી રેખામાં ગોઠવવા. ચિત્રમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ત્રણેય ખૂણા ગોઠવવાની એક સીધી રેખામાં ગોઠવાય છે સીધી રેખામાં બે કાટખૂણા હોય છે. તેથી ત્રણેય ખૂણાનો સરવાળો 180$^0$ થાય છે.

આકૃતિ-ચિત્ર




**ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 180$^0$ થાય છે. T.L.M.**

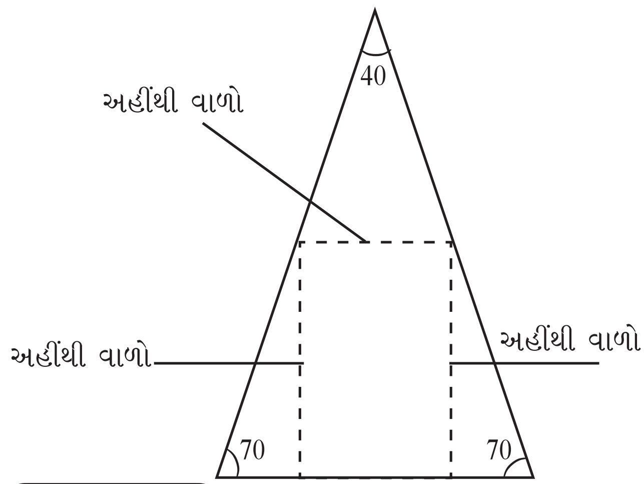
30 × 30 સેમી માપનું જાડું, ફાઈલ કાગળમાંથી કાર્ડપેપર કાપવું અથવા ખાખી પૂંઠામાંથી કાર્ડપેપર કાપવું. તેમાંથી એક મનપસંદ ત્રિકોણ કાપવો. આકૃતિ ચિત્રમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ત્રણેય ખૂણાઓને કાપવા. કાપીને કાપેલા ભાગના પાછળના ભાગે ફેવીકોલની મદદથી કાપડનો ટૂકડો લગાવવો જેથી કાપેલા ખૂણાઓ આગળના ભાગમાં વળી શકે. ત્રિકોણના ખૂણાઓનાં માપ બન્ને બાજુએ લખવાં.

આ ત્રણેય ખૂણાઓને વાળીને આગળના ભાગમાં એકઠા કરવાથી પાકીટ બની જશે. ત્રણેય ખૂણાઓ એક સીધી રેખામાં આવી જાય છે.

જુદા જુદા માપના ખૂણાવાળા ત્રિકોણ કાપવા સાદા સફેદ કાગળમાંથી આવા ત્રિકોણ બનાવી ખૂણા ઉપર બન્ને બાજુએ માપ લખી વાળવા અતે ત્રણેય ખૂણાઓ ભેગા કરવા. લઘુકોણ ત્રિકોણ, ગુરુકોણ ત્રિકોણ અને કાટકોણ ત્રિકોણ કાપી તેના ખૂણા વાળીને એકઠા કરવા. તો એક જ રેખામાં ત્રણેય ખૂણાઓ એકઠા થાય છે.

આ પરથી બાળકો સ્પષ્ટ રીતે સમજી શકે છે કે કોઈપણ ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓના માપનો સરવાળો $180^0$ જ થાય છે.

**આકૃતિ-ચિત્ર**




## ચલણ-નાણું

**કોઈ પણ દેશમાં સરકાર દ્વારા દાખલ કરેલું વિનિમયનું અધિકૃત અને સર્વસ્વીકૃત માધ્યમ.**

સંસ્કૃતિના શરૂઆતના તબક્કામાં માનવો ચીજવસ્તુઓની આપલે દ્વારા અરસપરસ આર્થિક વ્યવહાર ચલાવતા. તે પદ્ધતિને સાટા-પદ્ધતિ અથવા વસ્તુવિનિમય-પદ્ધતિ (barter-system) કહેવામાં આવે છે. સમય જતાં માણસની વિનિમયની જરૂરિયાતો વધી ગઈ અને ક્રમશઃ સાટા-પદ્ધતિની ઊણપો છતી થવા લાગી. તેના લીધે બધાંને માન્ય હોય એવા એક વિનિમય-માધ્યમની જરૂર ઊભી થઈ શરૂઆતમાં સાટા-પદ્ધતિ દરમિયાન ગાયો, ઘેટાં, બકરાં, અનાજ વગેરે વસ્તુઓ અદલાબદલીના માધ્યમ તરીકે વપરાતી. ત્યારબાદ જુદી જુદી ધાતુઓના જુદા જુદા સિક્કા, સોનામહોરો વગેરે વપરાતાં થયાં.

1700માં ભારતમાં જુદા જુદા ભાગમાં નવાં રાજ્યો સ્થપાયા અને જુદા જુદા સિક્કાઓ ચલણમાં આવ્યા. ત્યારબાદ ઈસ્ટ ઈન્ડિયા કંપનીએ દેશમાં મુંબઈ, કલકત્તા, ચેન્નાઈ, અમદાવાદ વગેરે મોટાં શહેરોમાં ટંકશાળો શરૂ કરી. તેમાં રૂપાના સિક્કા પાડવા માંડ્યા. 1935માં ભારતમાં દેશની તત્કાલીન સરકારે ભારતીય રિઝર્વ બેંકની સ્થાપના કરી. તેને ઊંચા મૂલ્યની નોટો ચલણમાં મૂકવાનો ઈજારો બક્ષવામાં આવ્યો. ભારતમાં એક રૂપિયાની નોટ કે તેવા નાના સિક્કા ભારત સરકારના નાણાં-વિભાગ દ્વારા જ્યારે બે અને તેનાથી વધારે રૂપિયાના મૂલ્યની ચલણી નોટો કે સિક્કા રિઝર્વ બેંક દ્વારા બહાર પડાય છે.

### વિવિધ દેશોમાં પ્રચલિત ચલણ

| દેશ | નાણાંનો મુખ્ય એકમ |
|---|---|
| ઈટાલી | યુરો |
| ઑસ્ટ્રેલિયા | ડૉલર |
| ચીન | યુઆન |
| જર્મની | યુરો |
| જાપાન | યેન |
| નેપાળ | રૂપિયો |
| ફ્રાન્સ | યુરો |
| યુ.એસ. | ડૉલર |
| યુ.કે. | પાઉન્ડ (સ્ટર્લિંગ) |
| શ્રીલંકા | રૂપિયો |
| સ્વિટ્ઝલેન્ડ | યુરો |
| હૉંગકૉંગ | ડૉલર |

આઝાદી સુધી માત્ર મહારાષ્ટ્રના નાશિક ખાતે સરકારી ટંકશાળ હતી. ત્યારબાદ મધ્યપ્રદેશના દેવાસ ખાતે બીજી સરકારી ટંકશાળા શરૂ થઈ. અત્યારે દેશમાં ત્રણ સરકારી ટંકશાળા છે. ત્રીજી મધ્યપ્રદેશમાં હોશંગાબાદ ખાતે આવેલ છે.

# ટૂંકમાં જવાબો

## ધોરણ : ૩ ગણિત

(1) દસ દશક એટલે - **એક સો**

(2) દસ સો એટલે - **એક હજાર**

(3) 6 સો 2 દશક 5 એકમ એટલે સંખ્યા - **625**

(4) ના કરતાં મોટી છે નો સંકેત - **> (મોટી સંખ્યા > નાની સંખ્યા)**
**- સંકેતના અણીવાળા ભાગ તરફ નાની સંખ્યા લખાય.**

(5) ના કરતાં નાની છે નો સંકેત - **< (નાની સંખ્યા < મોટી સંખ્યા)**
**- સંકેતના પહોળા ભાગ તરફ મોટી સંખ્યા લખાય.**

(6) ત્રણ અંકની નાનામાં નાની સંખ્યા - **100**

(7) ત્રણ અંકની મોટામાં મોટી સંખ્યા - **999**

(8) બે અંકની નાનામાં નાની સંખ્યા - **10**

(9) બે અંકની મોટામાં મોટી સંખ્યા - **99**

(10) એક અંકની નાનામાં નાની સંખ્યા - **1**

(11) એક અંકની મોટામાં મોટી સંખ્યા - **9**

(12) બેકી સંખ્યા કોને કહેવાય ? - **બે-બેની જોડ બનાવી શકાય તેટલી વસ્તુઓ દર્શાવતી સંખ્યાઓને બેકી સંખ્યા કહેવાય.**

(13) બેકી સંખ્યાઓ : - **જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 2, 4, 6, 8 કે 0 હોય તે બેકી સંખ્યા છે.**

(14) એકી સંખ્યા કોને કહેવાય ? - **બે-બેની જોડ નહીં અથવા જોડ બનાવતાં એક વસ્તુ વધે તેટલી વસ્તુઓ દર્શાવતી સંખ્યાઓને એકી સંખ્યાઓ કહેવાય છે.**

(15) એકી સંખ્યાઓ : - **જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 1, 3, 5, 7, કે 9 હોય તે એકી સંખ્યા છે.**

(16) બે અંકની સંખ્યાઓમાંથી સૌથી નાની એકી સંખ્યા લખોઃ - **11 (અગિયાર)**

(17) બે અંકની સંખ્યાઓમાંથી સૌથી મોટી એકી સંખ્યા લખોઃ - **99 (નવ્વાણું)**

(18) બે અંકની સંખ્યાઓમાંથી સૌથી નાની બેકી સંખ્યા લખોઃ - **10 (દસ)**

(19) બે અંકની સંખ્યાઓમાંથી સૌથી મોટી બેકી સંખ્યા લખોઃ - **98 (અઠ્ઠાણું)**

(20) ત્રણ અંકની સંખ્યાઓમાંથી સૌથી નાની એકી સંખ્યા લખોઃ - **101**

(21) ત્રણ અંકની સંખ્યાઓમાંથી સૌથી નાની બેકી સંખ્યા લખોઃ - **100**

(22) ત્રણ અંકની સંખ્યાઓમાંથી સૌથી મોટી એકી સંખ્યા : - **999**

(23) ત્રણ અંકની સંખ્યાઓ માંથી સૌથી મોટી બેકી સંખ્યા : - **998**

(24) વદ્દી ક્યારે આવે ? - **કોઈ પણ સ્થાનમાં સરવાળો 9 કરતાં વધે, તો તેની આગળના સ્થાનમાં વદ્દી આવે અને ઉમેરાય**

(25) કોઈ પણ સંખ્યાને 1 વડે ગુણીએ તો- **ગુણાકાર એની એજ સંખ્યા આવે.**

(26) કોઈ પણ સંખ્યાને શૂન્ય (0) વડે ગુણીએ તો - **ગુણાકાર શૂન્ય (0) જ આવે.**

(27) ભાગાકાર એ - **પુનરાવર્તીત બાદબાકી છે.**

(28) શૂન્યને શૂન્ય સિવાયની કોઈ પણ સંખ્યા વડે ભાગતાં - **ભાગાકાર શૂન્ય જ આવે.**

(29) લંબાઈનું ચોક્કસ માપ જાણવા માટે ઉપયોગમાં વપરાતું સાધનનું નામ આપો. - **માપપટ્ટી**

(30) માપપટ્ટી એક ધાર પર 15 સુધીના અંકો લખેલા હોય છે તેને શું કહેવાય ? - **સેન્ટીમીટર (ટૂંકમાં સેમી લખાય)**

(31) માપપટ્ટીની બીજી ધાર ઉપર 6 સુધીના અંકો લખેલા હોય છે તેને શું કહેવાય ? - **ઈંચ**

(32) મીટરપટ્ટી પર કેટલા અંકો લખેલા હોય છે ? - **100 (સો)**

(33) 1 મીટર = - **100 સેન્ટિમીટર (ટૂંકમાં સેમી લખાય)**

(34) મીટરપટ્ટીનો ઉપયોગ જણાવો : - **કાપડની લંબાઈ, ઓરડાની લંબાઈ, ઓસરીની લંબાઈ મપાય છે.**

(35) વજનનો મોટો એક જણાવો : - **કિલોગ્રામ (ટૂંકમાં કિગ્રા એમ લખાય)**

(36) વજનનો નાનો એકમ જણાવો : - **ગ્રામ**

(37) વજન કરવા માટે શાનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે ? - **વજન કાંટો**

(38) 1 કિલોગ્રામ એટલે - **1000 ગ્રામ.**

(39) ગુંજાશનો મોટો એકમ જણાવો : - **લિટર**

(40) ગુંજાશનો નાનો એકમ જણાવો : - **મિલીલિટર (ટૂંકમાં મિલિ એમ લખાય)**

(41) ગુંજાશ કોને કહેવાય ? - **જે-તે વાસણ વધુમાં વધુ જેટલું પ્રવાહી સમાવી શકે, તે માપને તે વાસણની ગુંજાશ કહે છે.**

(42) લીપ યર એટલે શું ? - **ઈસવી સનના જે વર્ષમાં ફેબ્રુઆરી માસના 29 દિવસ હોય તે વર્ષને અંગ્રેજી ભાષમાં લીપ યર કહીએ છીએ.**

## ધોરણ-૪ ગણિત

(1) એક અંકની કુલ સંખ્યાઓ - **9**

(2) બે અંકની કુલ સંખ્યાઓ - **99**

(3) ત્રણ અંકની કુલ સંખ્યાઓ - **900**

(4) ચાર અંકની કુલ સંખ્યાઓ - **9000**

(5) નિઃશેષ ભાગાકાર કોને કહેવાય ? - **જે ભાગાકારમાં શેષ શૂન્ય મળતી હોય તેવા ભાગાકારને નિઃશેષ ભાગાકાર કહે છે.**

(6) ભાગાકારનું સ્વરૂપ :- **73 ÷ 3 — 73 = 3 × 24 + 1 / ભાજ્ય-73. ભાજકઃ 3. ભાગફળઃ 24 શેષઃ 1 ભાજ્ય = ભાજક × ભાગફળ + શેષ.**

(7) શેષ હંમેશાં ભાજક કરતાં - **નાની હોય છે.**

(8) અવિભાજ્ય સંખ્યા કોને કહેવાય ? - **જે સંખ્યાને માત્ર બે જ અવયવો હોય તે અવિભાજ્ય સંખ્યા કહે છે. એટલે કે જે સંખ્યાને માત્ર 1 વડે અને પોતાના વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેને અવિભાજ્ય સંખ્યા કહે છે.**

(9) વિભાજ્ય સંખ્યા કોને કહેવાય ? - **જે સંખ્યાને બેથી વધુ અવયવો હોય તે વિભાજન સંખ્યા કહે છે.**

(10) **આપેલી સંખ્યાને જે-જે સંખ્યા વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તે-તે સંખ્યા આપેલી સંખ્યાના અવયવ છે એમ કહેવાય.**

(11) **1 એ દરેક સંખ્યાનો અવયવ છે અને તે નાનામાં નાનો છે.**

(12) **સંખ્યા પોતે પોતાનો અવયવ છે અને તે મોટામાં મોટો છે.**

(13) **કોઈ પણ સંખ્યાના અવયવીઓ અસંખ્ય હોય છે.**

(14) **કોઈ પણ સંખ્યાનો નાનામાં નાનો અવયવી સંખ્યા પોતે જ છે.**

(15) **સંખ્યા 1 ના અવયવોની સંખ્યા એક જ છે. એટલે કે 1 ને માત્ર વડે જ નિઃશેષ ભાગી શકાય છે. તેથી 1 વિભાજ કે અવિભાજ્ય નથી.**

(16) સમચ્છેદી અપૂર્ણાકો : - **સરખા છેદવાળા અપૂર્ણાકોને સમચ્છેદી અપૂર્ણાક કહે છે.**

(17) વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાકો : - **સરખા છેદ ન હોય તેવા અપૂર્ણાકોને વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાકો કહેવાય છે.**

(18) 1થી નાના અપૂર્ણાકને - **શુદ્ધ અપૂર્ણાક કહે છે.**

(19) શુદ્ધ અપૂર્ણાકમાં છેદ કરતાં - **અંશ નાનો હોય છે.**

(20) 1 મોટા અપૂર્ણાકને - **અશુદ્ધ**

(21) અશુદ્ધ અપૂર્ણાકમાં છેદ કરતાં **અંશ મોટો** હોય છે.

(22) મિશ્રસંખ્યા = **ભાગફળ $\frac{\text{શેષ}}{\text{ભાજક}}$ મળે છે.**

(23) બે અપૂર્ણાના છેદ સરખા હોય ત્યારે - **જેનો અંશ મોટો તે અપૂર્ણાક મોટો એમ કહી શકાય.**

(24) **એકમ અને દશાંશના અંકોની વચ્ચે પરંતુ નીચેના ભાગે એક ટપકું (.) કરવામાં આવે છે, જેને 'દશાંશચિહ્ન' કહે છે. દશાંશચિહ્ન વાપરીને દર્શાવેલ**

(25) **1 રૂપિયો = 100 પૈસા છે, તેથી રૂપિયાના પૈસા કરવા 100 વડે** ગુણવા પડે.

(26) ખરીદકિંમત - **ખરીદનાર વસ્તુની જે કિંમત ચૂકવે તે વસ્તુની ખરીદકિંમત** ગણાય.

(27) વેચાણ કિંમત - **વસ્તુ વેચતાં જે રકમ મળે છે તે વેચાણકિંમત** ગણાય.

(28) ફાયદો થાય એટલે **'નફો' થયો કહેવાય.**

(29) 'નુકશાન' થાય ત્યારે - **ખોટ એમ કહેવાય.**

(30) નફો - **વસ્તુની ખરીદ કિંમત કરતાં વેચાણકિંમત** વધારે હોય તો નફો થાય.

(31) ખોટ - **વસ્તુની ખરીદ કિંમત કરતાં વેચાણકિંમત ઓછી તો ખોટ જાય.**

(32) મીટરનું સેન્ટિમીટરમાં રૂપાંતર માટે : (★) **1 મીટર = 100 સેન્ટિમીટર**
(★) મીટરનું સેન્ટિમીટરમાં રૂપાંતર કરવા મીટર દર્શાવતી સંખ્યાને 100 ગુણવા પડે.

(33) મીટર-સેન્ટિમીટરનું સેન્ટિમીટરમાં રૂપાંતર માટે : (★) **મીટર-સેમીને સેન્ટિમીટર ફેરવવા હોય, તો પહેલાં મીટરને સેન્ટિમીટરમાં ફેરવવા અને પછી તેમાં આપેલા સેન્ટિમીટર ઉમેરવા.**

(34) કિલોમીટરનું મીટરમાં રૂપાંતર માટે : (★) **1 કિલોમીટર = 1000 મીટર છે, માટે કિલોમીટરનું મીટરમાં રૂપાંતર કરવા કિલોમીટર દર્શાવતી સંખ્યાને 1000 વડે** ગુણવા પડે.

(35) કિલોમીટર-મીટરનું મીટરમાં રૂપાંતર માટે : (★) **કિલોમીટર-મીટરમાં આપેલા માપના સરવાળા કે બાદબાકી કરવા માટે સૌ પ્રથમ કિલોમીટરનું મીટરમાં રૂપાંત કરવું પડે અને તે પછી તેમાં આપેલા મીટર ઉમેરાય. આ પછી જ સરવાળા બાદબાકી ક્રિયા કરાય.**

(36) સેન્ટિમીટરનું મીટર-સેન્ટિમીટરમાં રૂપાંતર માટે : (★) **મોટી એકમનું નાના એકમમાં રૂપાંતર કરવા ગુણવા પડે અને નાના એકમનું મોટા એકમમાં રૂપાંતર કરવા ભાગવા પડે.**

(37) લંબાઈના એકમો જણાવો : - **સેન્ટિમીટર, મીટર, કિલોમીટર.**

(38) લંબાઈનો નાનો એક જણાવો - **સેન્ટિમીટર.**

(39) લંબાઈનો મોટો એકમ જણાવો - **કિલોમીટર**

**વધુ આવતા અંકે (ક્રમશઃ)**